

CPRC Discussion Paper Series

**Competition Policy Research Center
Japan Fair Trade Commission**

需要関数の推定

—CPRCハンドブックシリーズ No. 3—

北野泰樹

政策研究大学院大学助教授

CPDP-58-J November 2012

1-1-1, Kasumigaseki, Chiyoda-ku, TOKYO 100-8987 JAPAN

Phone:+81-3-3581-1848 Fax:+81-3-3581-1945

URL:<http://www.jftc.go.jp/cprc/index.html>

E-mail:cprcsec@jftc.go.jp

需要関数の推定*

北野泰樹†

1 はじめに

カルテルなどを含む競争状況の評価、合併が市場価格や社会厚生に与える影響の評価など、競争政策の分析を行う場合、対象とする市場の需要動向を知ることが不可欠である。例えば、ある市場で高価格が付いている場合、その原因は、その市場においてカルテルが形成されているためであるかもしれないし、あるいは需要が非弾力的であることが理由である可能性もあるだろう。また、ある市場において合併を認めるか否かを判断する場合、合併に伴う競争の緩和が市場価格に与える影響を評価する必要がある。その場合、需要関数によって特徴付けられる財間の交差弾力性に注目し、両企業の生産する財の市場の範囲を画定した上で、市場価格、さらには社会厚生に与える影響を考察しなければならない。このように、競争政策の評価を行う場合にはまず、需要動向を把握することが必要となる。そして、需要動向を把握するための手段として需要関数の推定を行う方法がある。

ところで、競争政策の分析では、企業行動を分析することが目的であるものの、企業行動に係る情報を十分に収集することは困難である場合が多い。こうした場合でも、企業行動の重要な決定要因の一つである需要動向を需要関数によって明らかにすることが分析の第一歩となり得る。例えば、企業が財を生産する際に要する限界費用は企業行動を理解する上では必要であるが、観察可能なデータから各企業の生産する各財の限界費用を直接観察することは難しいだろう。このような場合、企業行動を定式化し、需要関数の推定結果を用いると、利潤最大化の1階の条件から得られる「価格 = 限界費用 + マークアップ」という関係から、観察できない限界費用を導出できる。すなわち、各企業の設定するマークアップはその企業が直面する需要の形状、特に需要の価格弾力性に依存して定まるため、価格から需要関数の推定結果を用いて計算されたマークアップを差し引くことで、観察されていない限界費用を計算できる。ただし、企業行動の定式化を行う上では、企業間の競争形態を仮定する必要がある。ここでいう競争形態とは、完全競争、各企業が生産する財の価格で競争するベルトラン競争、価格ではなく生産量で競争するクールノー競争、また、一部、あるいは全ての企業が価格あるいは生産量を結託して決定するカルテルなどを指している¹。

このように、計算された限界費用と推定された需要関数があれば、合併が市場価格に与える影響を定量的に評価できるし、そのほか税や補助金、規制などの政策介入が市場に与

* 本章の執筆に当たり、小田切宏之氏をはじめ、多くの方から有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝したい。また、本章の分析結果の一部は日本学術振興会科学研究費補助金(課題番号：22330082)の研究成果に基づいている。

† 政策研究大学院大学助教授。東京都港区六本木 7-22-1。E-mail: t-kitano@grips.ac.jp。

¹ 寡占市場においては、通常企業はベルトラン競争、あるいはクールノー競争を行っているとは仮定することが多い。ただし、分析結果の頑健性の観点から、幾つかの競争形態の下で導出した限界費用を用いてシミュレーション分析を行い、結果がどのように変化するか注目することもある。

える影響も評価できる²。ここでは一例として、水平的合併を評価する状況を考えてみよう。合併はこれまで競争相手であった企業が一つの企業となることを意味しているので、合併は市場における競争形態を変化させる。つまり、合併する前の 2 企業はそれぞれの利潤の最大化を行うと考えられるが、合併後は 2 企業の共同利潤を最大化する、すなわち結託した行動を可能とするものと考えられる。したがって、事後的に合併の評価を行う場合には、合併がない場合、つまり合併前の各企業がそれぞれの利潤の最大化のみを追求した場合にどのような均衡価格、数量が実現するかを分析すればよい。同様に、事前に合併の評価を行う場合には、これら企業が結託し、共同利潤の最大化を図った場合、どのような均衡価格、数量が実現するかを評価すればよいのである。ここで述べた合併に伴う競争形態の変化に係る影響は競争制限効果と呼ばれるが、合併の評価を行う場合には、競争制限効果だけでなく、合併に伴って生じると考えられるシナジー効果の評価も併せて行う必要がある。シナジー効果の発生する経路の一つは限界費用の減少効果が考えられるので、シナジー効果の評価は導出された限界費用を用いて合併前後でどれだけ限界費用が減少したかを評価すればよい。もちろん、合併前後のシナジー効果の評価を行うことが可能なのは事後評価の場合である。事前評価の場合、どの程度シナジー効果、つまり限界費用の減少効果があれば合併による厚生改善が認められるかを示すことで、合併の是非を判断するための指標を提供することができる。

また、もし限界費用が観察可能である場合には、競争形態を前提として置くのではなく、需要関数の推定結果を用いてその市場がどのような競争形態かを識別することができる。先ほど説明したように、各企業のマークアップは需要関数の推定結果と競争形態の仮定に依存して定まる。したがって、ベルトラン競争、カルテルなど様々な競争形態の下でのマークアップを計算し、それぞれの限界費用を導出した上で、それらを観察された限界費用と比較を行うことで、市場においてどのような競争形態が実現しているのかを評価することができる。例えば、ベルトラン競争の下で計算された限界費用が観察された限界費用と乖離している一方で、カルテルの下で計算された限界費用が観察された限界費用と近い値を取っていれば、その市場においてはカルテルが形成されている可能性が高いことを意味する。このように、カルテルの発見といった競争政策上の最重要課題の一つである分析においても需要関数の推定は有用なのである³。

さらに、需要関数の推定を行うことで、競争政策を含む様々な政策評価を行う上で欠かせない要素の一つである、消費者余剰の評価を行うことができる。したがって、税や補助金の評価を行う場合、政策導入に伴う消費者余剰の変化を定量的に把握することができる

²このような方法を用いて政策分析を行っている研究は数多く存在する。例えば、合併などの競争政策に関連の深い分析を行っている研究としては Nevo (2000a), Berry and Waldfogel (1999), Ivaldi and Vervoben (2005), Brenkers and Vervoben (2006), Davis (2006) が挙げられる。その他、輸出自主規制、輸入割当、関税などの貿易政策の分析を行っている研究として、Berry, Levinsohn, and Pakes (1999), Goldberg and Vervoben (2001), Irwin and Pavcnik (2004), Kitano (2011), 日本の自動車市場における税や補助金の分析を行っているものとして、Wakamori (2011), Kitano (2012) など、様々な応用分析が存在する。

³ Nevo (2001) を参照。また、Villas-Boas (2007) も垂直的取引関係下の競争形態について、関連した研究を行っている。

し、合併やカルテルに伴う競争制限効果が消費者余剰に与える影響について定量的に計算することが可能となる。また、企業の合併の影響を評価する場合には、競争制限効果に加え、合併の結果として生じるシナジー効果として、品質の改善、新製品の導入などのプロダクトイノベーションが伴うこともあるだろう。新製品の導入がどれだけ消費者余剰を改善させたのかを評価することは、競争政策の評価を行う上でも欠かせない。このようなイノベーションの評価を行う場合にも需要関数の分析が適用できる⁴。

以上のように、需要関数の推定は実証産業組織論の分野で基礎をなす分析ツールとなっており、競争政策を分析する上で欠かせない。本章ではごく初歩的な需要関数に係る問題から、幾つかの政策分析で用いられる **multi-stage budgeting model**、離散選択モデルといった代表的な需要のモデルを説明する。

なお、需要関数の推定については、実証産業組織論の分析手法のサーベイである Akerberg, Benkard, Berry, and Pakes (2007)、また、競争政策の分析ツールをまとめている Davis and Garces (2009) においても説明がなされている。その他、より最近のサーベイとしては Nevo (2011) が挙げられる。これらのサーベイではある程度の前提知識が要求されているが、本章ではごく基礎的な計量経済分析の方法などの内容も含めて需要関数の推定について説明を行うこととしたい。

次節ではまず、同質財の需要関数のモデルを紹介し、需要関数の推定の際に内生性の問題として知られる計量経済学上の問題を説明し、その解決方法である操作変数を用いた推定方法について説明する。また、多くの産業では同質財ではなく、差別化された財が供給されていることから、第 3 節では、差別化された財の需要関数の推定とそれに係る問題として知られる J^2 問題を説明し、第 4, 5 節でそれぞれの問題を解決する代表的な需要モデルとして知られる **multi-stage budgeting model**、離散選択モデルについて紹介する。第 6 節では差別化された財の市場における計量経済分析について、操作変数の選定の問題を中心に説明する。さらに、第 7 節では、離散選択モデルの拡張について述べ、第 8 節では離散選択モデルを用いた日本の応用事例として自動車市場における需要関数の推定について説明する。第 9 節では本章のまとめを述べ、その後に付論が続いている。

2 同質財の需要関数

需要関数の推定における最も基礎的なモデルとして、同質財の市場、すなわち消費者が市場の供給者が生産する財には差異がなく、全て共通の品質を持つと認識しているような財を考える。つまり、消費者はどの生産者から財を購入するかは問題とならず、各生産者の生産する財が完全代替となる状況である。

ここではコーヒー豆を同質財と想定した上で、以下のような対数線形のコーヒー豆に対する需要関数を考える。

⁴ 特に新製品の導入に伴う消費者余剰の変化を分析している代表的な研究として、Trajtenberg (1989), Petrin (2002) が挙げられる。その他、ここまでに紹介した論文でも消費者余剰の分析を行っているものは多い。

$$\ln(Q_D) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(P) + u_D \quad (1)$$

上式における Q_D はコーヒー豆の需要量、 P はコーヒー豆の価格で、 u_D は(研究者にとって)観察できない需要をシフトさせる要素を表し、しばしば需要のショックと呼ばれる。また、 α_0 、 α_1 は需要関数の形状を決めるパラメーターで、 $\alpha_0 > 0$ 、 $\alpha_1 < 0$ となると考えられる。この需要関数の下で、1%の価格変化に対する需要量の変化率を表す需要の自己価格弾力性(own price elasticity) η_D は、

$$\eta_D = -\frac{\partial \ln(Q_D)}{\partial \ln(P)} = -\alpha_1$$

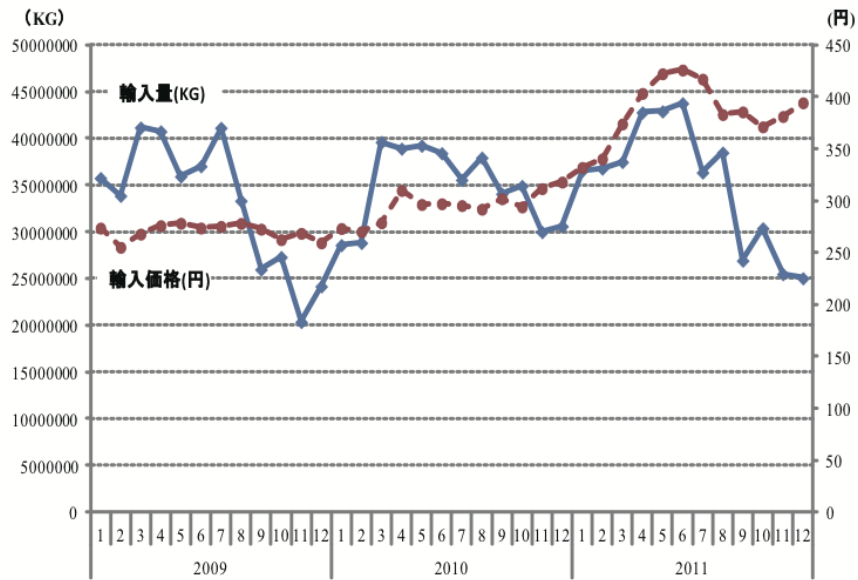
となる。よって、(1) 式の推定を行うことができれば、価格の係数として需要の価格弾力性が得られることが分かる。

2.1 需要関数の推定に係る問題点

図 1 は日本における 2009 年から 2010 年のコーヒー豆の輸入数量と輸入価格を表している。通常の計量分析の考え方に基くと、図 1 において示されている時間を通じて変化している数量、価格のデータを用い、(1) 式に最小二乗法を用いて推定を行えばよいと考えられるかもしれない。しかしながら、こうしたデータの下では、特殊なケースを除き、最小二乗法を用いて需要関数の推定を行うことはできない。言い換えると、最小二乗法によって得られる価格の係数は需要の価格弾力性とは乖離してしまうのである。

この点については図 2 から推察することができる。図 2 は図 1 において示されているデータを用いて縦軸に輸入価格、横軸に輸入量をとってプロットし、回帰直線を付したグラフである。この回帰直線の傾きは(1)式を最小二乗法により推定した場合の価格の係数の推定値であり、もし図で示されているデータが需要曲線上の任意の価格と数量の組合せを表しているのであれば、価格の上昇(下落)に対して、輸入量(上昇)は減少するという負の相関を示すはずである。しかしながら、価格の変化と輸入量の変化は負の相関を示しておらず、むしろ右上がり、すなわち価格と数量は正の相関を示している。

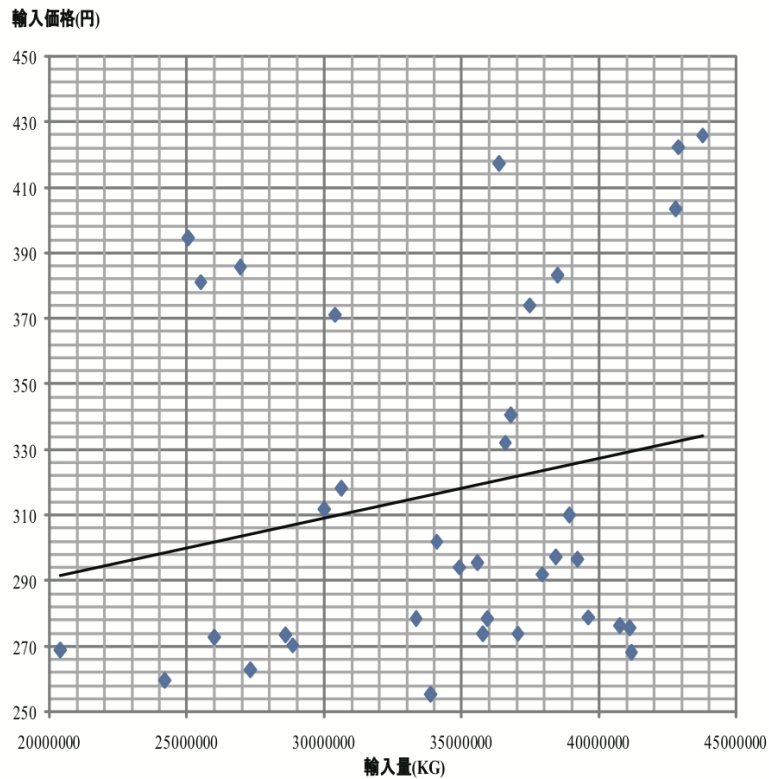
図 1: コーヒー豆の輸入量, 輸入価格の推移 (2009 年 - 2011 年)



(出所) 財務省貿易統計から筆者作成。

(注) 統計品目番号 (HS コード) の最初 4 ケタが 0901 となるものの合計。輸入価格は輸入金額を輸入量で除したものである。

図 2: コーヒー豆の輸入量, 輸入価格の関係 (2009 年 - 2011 年)



(出所) 財務省貿易統計から筆者作成。

なぜ、観測されている数量、価格のデータが需要曲線の関係から予測される変動を示していないのだろうか。その理由を理解するために、観察されたデータがどのように発生しているのかを考えてみることにしよう。図 3 のグラフは通常の需要と供給の関係を表している。当初需要関数は DD 、供給関数は SS によって表されているものとしよう。このとき、市場均衡における数量と価格は E 点となる。市場で実現する価格と数量は市場均衡におけるものと考えられるので、 E 点における価格と数量の組合せは図 1 における一つの観測値となっているはずである。需要曲線や供給曲線は様々な理由でシフトし、その結果新たな価格と数量の均衡に移動する。つまり、図 1 に示されているような時間を通じた数量、価格が変化は図 3 の E_1, E_2, E_3, E_4 のような時間を通じた需要曲線、供給曲線のシフトに伴う均衡の変化を反映しているものと考えられる。

それではなぜ、均衡点の変化として観察されるデータでは最小二乗法により需要関数の推定を行うと問題生じるのだろうか。ここではまず、供給曲線のシフトと需要曲線のシフトがそれぞれ均衡における数量、価格に与える影響を説明し、最小二乗推定量が示す $\ln(P)$ の係数の推定値が何を示すかを考察しよう。

2.1.1 供給曲線のシフト

供給曲線のシフトは、天候などの供給のショックにより起こり得る。例えば、悪天候などの供給のショックであれば、供給曲線が $S'S'$ にシフトし、均衡点は E_1 点に変化する。一方、好天候などの供給のショックであれば、供給曲線は $S''S''$ にシフトし、均衡点は E_2 点に変化するだろう。

図 3: 需要と供給

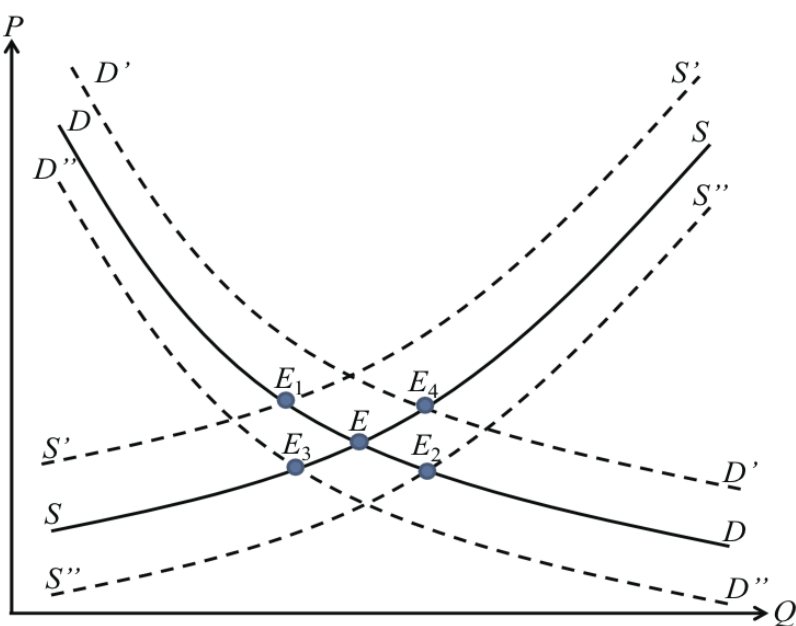


図3から明らかなように、もし需要曲線が時間を通じてシフトせず、供給曲線のみが時間を通じてシフトし、その結果として数量と価格の変化が観測されている場合、E、E1、E2に代表される観察される価格と数量の組合せは需要曲線上の各点に対応する。したがって、最小二乗法により、需要曲線の形状を識別することができる。つまり最小二乗推定量として得られる価格の係数の推定値 $\hat{\alpha}_1$ は需要の価格弾力性に一致する。

2.1.2 需要曲線のシフト

通常の市場では、数量と価格の変化は供給曲線のシフトだけでなく、需要曲線のシフトによっても生じているものと考えられる。正の需要のショック ($u_D > 0$) がある場合、需要曲線は D'D' にシフトし、その結果均衡は E4 点に変化する。同様に負の需要のショック ($u_D < 0$) がある場合、需要曲線は D''D'' にシフトし、均衡は E3 点に変化する。このとき、観察されるデータは供給曲線上の E、E3、E4 点における数量、価格であるので、最小二乗法による推定から得られるのは、需要関数ではなく、供給関数の形状である。

なお、このとき最小二乗法によって得られる価格の係数は明らかに右上がり、すなわち $\hat{\alpha}_1 > 0$ と推定されるだろう。言い換えると、需要曲線のシフトがある場合には、推定される需要の価格弾力性にプラス方向のバイアスが掛かることになる。

また、ここでは供給曲線が変化せず、需要曲線のみがシフトするという状況を考えたが、現実のデータは需要曲線、供給曲線の双方が様々な要因からシフトし、均衡における数量、価格が変化したものが観測されていると考えられる。いずれにせよ、需要曲線のシフトの結果として起こる均衡価格、数量の変化がある場合、最小二乗法によって得られる価格の係数は需要の価格弾力性に正のバイアスが生じることになる。図2で記されているような右上がりの回帰直線は、日本におけるコーヒー豆の輸入需要曲線のシフトによるプラス方向のバイアスの結果と考えることができるだろう。

2.1.3 数式による表現

最小二乗推定量により、需要関数の推定が可能となるための条件の一つとして、誤差項と説明変数の相関がない、つまり $Cov(\ln(P), u_D) = 0$ という条件が挙げられる。

$Cov(\ln(P), u_D) \neq 0$ である場合、最小二乗推定量 $\hat{\alpha}$ は $\frac{Cov(\ln(P), u_D)}{Var(\ln(P))}$ だけ真の値 α から乖離する

ことが知られている⁵。2.1.2節で示したように、正の需要のショック ($u_D > 0$) は均衡価格

⁵ 一定の条件の下で、最小二乗推定量 $\hat{\alpha}$ は

$$\hat{\alpha} \rightarrow_p \frac{Cov(\ln(P), \ln(Q))}{Var(\ln(P))}$$

となることが知られている。ただし、 \rightarrow_p は確率収束を表す。上式は、最小二乗推定量 $\hat{\alpha}$ は観測数が十分に大きい場合には $\frac{Cov(\ln(P), u_D)}{Var(\ln(P))}$ に一致することを意味している。確率収束の厳密な定義は Greene (2011) などの計量経済学のテキストを参照されたい。ここで、(1) 式を用いると、

$$\hat{\alpha} \rightarrow_p \frac{Cov(\ln(P), \alpha_0 + \alpha_1 \ln(P) + u_D)}{Var(\ln(P))} = \alpha_1 + \frac{Cov(\ln(P), u_D)}{Var(\ln(P))}$$

となる。したがって、 $Cov(\ln(P), u_D) = 0$ である場合、上式は真の値 α_1 に一致する一方、 $Cov(\ln(P), u_D) > (<) 0$ の場合、

を上昇させるため、通常だと誤差項と価格は正の相関を持つ、つまり $Cov(\ln(P), u_D) > 0$ となるため、価格弾力性の推定値 $\hat{\alpha}$ は過大に推定されてしまうことになる。

この点についてももう少し詳しくみるために、需要関数同様、以下のような対数線形の供給関数を考えてみよう。

$$\ln(Q_S) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P) + \beta_2 z_S + u_S$$

Q_S は数量、 P は価格、 z_S は供給をシフトさせる要因となる変数、例えば地域 i の天候（降雨量）などで、 u_S は誤差項で、 β_0 、 β_1 、 β_2 はパラメーターである。特に、 β_1 は供給の価格弾力性を表している。

図 2 で示されているような完全競争市場においては需要と供給は均衡する、つまり

$$Q_D = Q_S = Q$$

となると考えられる。したがって、需要関数と供給関数に係る連立方程式を解くと、

$$\ln(P) = \frac{\alpha_0 - \beta_0}{\alpha_1 + \beta_1} - \frac{\beta_2 z_S}{\alpha_1 + \beta_1} + \frac{u_D - u_S}{\alpha_1 + \beta_1} \quad (2)$$

が得られる。

ここで、価格と誤差項の共分散について、(2) 式を用いて計算すると、

$$Cov(\ln(P), u_D) = -\delta_2 \frac{Cov(z_S, u_D)}{\beta_1 - \alpha_1} + \frac{Var(u_D)}{\beta_1 - \alpha_1} - \frac{Cov(u_D, u_S)}{\beta_1 - \alpha_1} \quad (3)$$

なお、天候などの気象条件は需要や供給のショックとは独立であると考えられるため、

$$Cov(z_S, u_D) = Cov(z_S, u_S) = 0$$

とすることができる。よって、(3) 式は、

$$Cov(\ln(P), u_D) = \frac{Var(u_D)}{\beta_1 - \alpha_1} > 0$$

最小二乗推定量は正（負）のバイアスが生じることになる。

となることが分かる。したがって、 $\ln(P)$ の係数の推定量 $\hat{\alpha}_1$ には上方のバイアスが掛かることになる。このようなバイアスを同時性バイアス (Simultaneity Bias) という。

なお、 $\ln(P)$ は需要と供給のモデルにおける同時方程式の解として内生的に定まるので、内生変数 (endogenous variable) と呼ばれ、それに対し、 z_S は外生変数 (exogenous variable) と呼ばれる。

2.2 推定方法

以上で示したように、需要関数の推定を通常最小二乗法を用いて行うことはできない。本節では、内生性の問題に対処する代表的な推定方法である操作変数法、2段階最小二乗法及び一般化最小二乗法を紹介する。

2.2.1 操作変数法 (Instrumental Variable Method)

内生性の問題がある場合、以下の二つの性質を満たす操作変数 (Instrumental Variable) z を用いることで、需要の価格弾力性を表す α_1 の推定値を得ることができる。

1. Instrument exogeneity : 誤差項との相関が無い ($Cov(z, u) = 0$)

2. Instrument relevance : 内生変数 x との相関が非ゼロ ($Cov(z, x) \neq 0$)

・ $Corr(z, x)$ ⁶はなるべく大きい方が望ましい。 $Corr(z, x)$ が小さい場合、**Weak Instrument**の問題が生じ、内生性の問題によって生じるバイアスが増幅してしまう可能性があることが知られている。(付論参照)

コーヒー豆の需要の例で考えると操作変数の候補としては、天候 (降雨量) といった供給曲線をシフトさせる変数 z_S が挙げられる。 z_S は供給曲線をシフトさせる変数であるため、明らかに価格と相関がある ($Cov(z_S, \ln(P)) > 0$) と考えられる一方、コーヒー豆産地の降雨量は我が国におけるコーヒーの需要とは相関しない ($Cov(z_S, u_D) = 0$) と考えられるからである。

操作変数 z_S と(1)式における被説明変数である $\ln(Q)$ との共分散をとると、

$$Cov(z_S, \ln(Q)) = \alpha_1 Cov(z_S, \ln(P)) + Cov(z_S, u_D)$$

が得られる。操作変数の満たす二つの性質より、需要の価格弾力性は、以下のように導くことができる。

$$\alpha_1 = \frac{Cov(z_S, \ln(Q))}{Cov(z_S, \ln(P))}$$

このとき、モーメント法を用いて $Cov(z, y)$ 、 $Cov(z, x)$ を標本共分散に置き換えると、以下の操作変数推定量 (IV Estimator, IVE) を得ることができる。

⁶ $Corr(z, x)$ は、 z と x の相関係数を意味する。

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\sum_t (z_{st} - \bar{z}_s)(\ln(Q_t) - \overline{\ln(Q)}) / T}{\sum_t (z_{st} - \bar{z}_s)(\ln(P_t) - \overline{\ln(P)}) / T}$$

ここで、 t は市場（あるいは時間）を表すインデックスで、 T は観測数を表す。また、 $\bar{a} = \sum_t a_t / T$ 、つまりサンプルの平均を表している。このように、操作変数を用いて推定を行う方法を操作変数法と呼ぶ⁷。

2.2.2 2 段階最小二乗法 (Two-stage Least Squares, 2SLS)

上記の操作変数法では、操作変数が一つのケースを扱ったが、場合によっては操作変数を複数得られる可能性がある。コーヒー豆の例で考えると、コーヒー豆の産地の天候に加えて、各地の賃金水準なども供給曲線をシフトさせる要因として考えられるだろう。これら供給曲線をシフトさせる変数を z_{s1} 、 z_{s2} とする。先ほどの説明同様、 z_{s1} 、 z_{s2} は操作変数としての条件を満たすものとする。このように、（一つの内生変数に対して）操作変数が二つ以上あるケースでは、2 段階最小二乗法 (Two-stage Least Squares, 以下 2SLS) を用いた推定により、 α_1 の一致推定量を得る。

2SLS による推定のプロセスは以下のとおりである。

1. **First Stage Regression:** まず、内生変数を外生変数（操作変数を含む）⁸ について回帰し、

$$\ln(P) = \pi_0 + \pi_1 z_{s1} + \pi_2 z_{s2} + \nu$$

推定結果を用いて $\ln(P)$ の当てはめ値 (fitted value)

$$\widehat{\ln(P)} = \hat{\pi}_0 + \hat{\pi}_1 z_{s1} + \hat{\pi}_2 z_{s2}$$

を計算する。

2. **Second Stage Regression:** (1) 式における内生変数 $\ln(P)$ を $\widehat{\ln(P)}$ に置き換えて最小二乗法を行う。

⁷ ここでの説明は Wooldridge (2008) に基づいている。操作変数についての詳細はそちらを参照されたい。

⁸ 本節における需要モデルでは、需要関数に係る説明変数を価格のみとしたが、GDP の水準などその他の需要をシフトさせる要因が説明変数に含まれてもよい。そうした変数を z_D とすると、(1) 式の需要関数は、

$$\ln(Q) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(P) + \alpha_2 z_D + u_D$$

となる。このとき、 z_D が外生変数であれば、第 1 段階の推定において、 z_D を説明変数に含めて回帰分析を行えばよい。ただし、 z_D は操作変数とはならないことには注意されたい。操作変数は注目している推定式 ((1) 式) に含まれない変数で、かつ、操作変数としての条件二つを満たすものでなければならない。

$$\ln(Q) = \alpha_0 + \alpha_1 \widehat{\ln(P)} + u_D$$

このとき、 $\widehat{\ln(P)}$ は外生変数 z_{S1} , z_{S2} の線形結合として表されているため、誤差項 u_D との相関はゼロとなる。よって、この回帰分析で得られる α_1 においてはバイアスは生じず、需要の価格弾力性を識別することができる。

なお、ここでは内生変数が価格のみである状況を考えたが、場合によっては内生変数が二つ以上あることもあり、以下で紹介する多数財の需要モデルの分析では、実際に内生変数は二つ以上となる事例がある。しかし、内生変数が二つ以上ある場合でも 2SLS は適用可能であり、また 2 段階最小二乗法を実行する手続も大きく変わらない。内生変数が二つある場合には、第 1 段階で二つの内生変数をそれぞれ被説明変数として、まず外生変数について回帰分析を行う。そして、それらの当てはめ値をそれぞれ計算し、第 2 段階の推定においてそれらの当てはめ値を説明変数として推定を行えばよい。

また、内生変数が複数ある場合には、少なくとも内生変数の数以上の操作変数を見付ける必要がある⁹。特に以下の差別化された財の推定では場合によっては財の種類以上の操作変数を見付け、また財間の価格の違いを説明できるような操作変数でなければならない¹⁰。したがって、需要関数を推定する際に最も重要なデータ上の問題は、いかに望ましい操作変数を見付けるかといってもよいだろう。第 6 節でも説明するが、需要関数を推定する際に用いる操作変数は幾つか先行研究によって提示されてはいるものの、どのような操作変数が適当かは対象とする市場の性質によって大きく異なる。よって、需要関数を推定する場合には推定に用いる変数が操作変数としての性質を満たしているか否かについても丁寧に議論しなければならない。

2.2.3 一般化積率法 (Generalized Method of Moment, GMM)

需要関数の推定を行っている研究では、多くの場合、2SLS を特殊ケースとして包含する一般化積率法 (Generalized Method of Moment。以下「GMM」という。) を用いて推定されることが多い。ここでは GMM を用いた推定についての詳細は省略するが、GMM においても操作変数を用いた推定を行う必要があるという点においては変わりはない。つまり、いかに適当な操作変数を見付けて分析を行うかが、需要関数の識別において重要な役割を果たす。

なお、第 7 節の事例分析では、GMM による需要関数の推定結果を報告する。GMM の詳

⁹ 内生変数の数より多くの操作変数があると、特定化の検定である過剰識別性の検定 (test of overidentification) が可能となる。詳しくは Hayashi (2000), Wooldridge (2010), Greene (2011) などの計量経済学のテキストを参照。

¹⁰ 例えば、賃金は各財の生産要素投入に係る費用であるため、操作変数の候補となるが、財間で賃金は異なる値をとらないだろう。つまり、賃金は通常、時間を通じた変動、あるいは地域間の変動はあるが、同時期、あるいは同地域では共通の値であるので、同時期、あるいは同地域での財間の価格差を説明するものではない。よって、操作変数と内生変数である価格の相関は小さくなるため、操作変数として望ましい性質を持つものとはいえない。

細については、Hayashi (2000), Wooldridge (2010), Greene (2011) などの計量経済学のテキストを参照。

3 差別化された財の需要関数の推定

前節では、財の数が一つのケースを考察したが、現実の市場には全く同じではないが似通った性質を持つ財が複数存在する。先ほどのコーヒー豆の例で考えると、コーヒー豆にはキリマンジャロ、ブルーマウンテンなど、様々な品種が存在する。消費者の多くは、これら品種を全く同じ品質を持つ同質財 (homogenous products) ではなく、異なる品質を持つ差別化された財 (differentiated products) であると考えているだろう。なぜなら、同質財の場合、それら品種の中でより安い価格のものに需要が全てシフトする、つまり一方の財が他方の財を完全に代替する関係があるのに対し、差別化された財の場合、一方の財の価格の上昇はその財の需要を減少させ、他の財への需要のシフトを起こしはするが、全ての消費者がより安い方の財を選択するわけではないからである。消費者の一部は価格が上昇したとしてもその財を選択し続けることがあり、それら財の間には不完全代替の関係があることになる。

差別化された市場の例は枚挙にいとまがない。第 7 節で紹介する自動車市場はトヨタのプリウス、日産のマーチ、ホンダのフィットなど、様々なモデルが存在し、もちろん差別化された財の市場を構成しているものと考えられる。むしろ、各社の提供する財・サービスが同質であるような市場は稀なものといってよいだろう。したがって、需要関数の分析を行う場合には、差別化された財の市場の分析を理解することが重要となる。

差別化された財の需要関数の推定では、それぞれの財の価格とそれぞれの財の需要量の関係、さらに、任意の財の価格と他の財の需要量の関係に注目する。つまり、需要の自己価格弾力性 (own price elasticity), 需要の交差価格弾力性 (cross price elasticity) を明らかにすることが需要関数の推定の一つの目的となる。

ここで、市場には J 種類の差別化された財によって構成されているものと考えよう。このとき、単一財の需要のケース同様、以下の対数線形型の需要関数を考える。

$$\begin{aligned} \ln(q_1) &= \alpha_1 + \beta_{11} \ln(p_1) + \beta_{12} \ln(p_2) + \cdots + \beta_{1J} \ln(p_J) + u_1 \\ \ln(q_2) &= \alpha_2 + \beta_{21} \ln(p_1) + \beta_{22} \ln(p_2) + \cdots + \beta_{2J} \ln(p_J) + u_2 \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \ln(q_J) &= \alpha_J + \beta_{J1} \ln(p_1) + \beta_{J2} \ln(p_2) + \cdots + \beta_{JJ} \ln(p_J) + u_J \end{aligned} \tag{4}$$

ここで、 q_i , p_i はそれぞれ財 i の需要量と価格を表し、 u_i は財 i に対する需要のショックを表す。また、 α , β は推定するパラメーターである。特に、

$$\beta_{ii} = \frac{\partial \ln(q_i)}{\partial \ln(p_i)}, \beta_{ij} = \frac{\partial \ln(q_i)}{\partial \ln(p_j)}$$

であり, 財*i*の需要の自己弾力性, 財*j*の価格に対する財*i*の需要の交差弾力性を表している。

3.1 差別化された財の需要関数の推定に係る問題点

単一財の需要関数と比較して, 差別化された財の需要では財*i*の需要に対しては財*i*自身の価格のみに影響を受けるのではなく, 財*i*以外の財の価格にも影響を受けるという点で異なる。そのため, それぞれの財の需要関数の推定については*J* - 1個の交差弾力性を示すパラメーターを追加的に推定する必要が生じる。このとき, 自己価格弾力性と交差弾力性を併せて各財について*J*個, つまり全ての財について弾力性の推定を行う場合, *J*²個のパラメーターを推定する必要がある。例えば, 財の数が100種ある場合には, 10,000個ものパラメーターを推定しなければならない。通常の計量分析においては, サンプルサイズと比して膨大な数のパラメーターがある場合, 自由度の問題が生じるため, (4)式のような単純な対数線形型の需要関数の推定を行うことは難しい。このような差別化された財の需要関数の推定における自由度の問題は*J*²問題 (*J*² problem) と呼ばれる。

*J*²問題への処置として, 差別化された財の需要関数の分析では, 財の代替関係に制約を置き, 推定の必要のあるパラメーターの数を減らす方法が採られる。通常, このような代替関係の制約は, 需要関数の背後にある効用関数に制約を置くことで対処する。また, 幾つかの制約は経済モデルの理論的な帰結として導くことができる。

また, 差別化された財の市場では, プロダクトイノベーション, つまり新製品の導入が頻繁に起こる。このような新製品の導入が社会厚生に与える影響は, イノベーション政策の評価などを行う際には重要なトピックである (Trajtenberg (1989), Petrin (2002), Nevo (2003)) もの, (4)式を用いる需要関数の推定では, 新製品導入が市場に与える影響を評価することはできない。ここでも, 需要関数の背後にある消費者行動を明らかにし, それを規定する効用関数を推定することで, 新製品導入の効果, 例えば消費者余剰に与える影響などを定量的に評価することが可能となる。

3.2 代表的な需要モデル

これまでの経済学における研究では, 以上のような問題を解決する様々な需要モデルが開発されている。代表的な需要モデルとして, 標準的な効用最大化の理論に基づいて, 財間に直接制約を課す方法と, 多数ある財を幾つかの特性あるいは品質 (characteristics) の束として, 消費者の効用を各財の特性上に定義し, 財間の代替関係を特性に依存させる方法がある。本章では, 前者の代表的なモデルである AIDS (Almost Ideal Demand System) モデル¹¹を伴う Multi-stage Budgeting モデルと, 後者の代表的なモデルである離散選択モ

¹¹ 財間の代替関係に直接制約を課すモデルとしては CES (Constant Elasticity of Substitution) モデルが知られてい

デルを紹介する。

3.3 想定するデータ

モデルの説明の前に、本章で想定する利用可能なデータについて述べることにしたい。需要関数の推定の上では、集計データ (aggregate data)、あるいは個人データ (individual data) が用いられる。集計データとは、差別化された財の市場においては、各財の販売数量、価格、そして (利用可能であれば) それらの財の特性を表す変数についてのデータを指す。我が国の自動車市場の例で考えると、我が国におけるプリウスなどの各モデルの販売台数、価格、排気量などの特性を表す変数などが集計データとなる。それに対し、個人データとは、ある個人がどの財を選択したかについての情報を含むデータを指す。個人データの場合、その個人が男性か女性か、あるいは所得が幾らかなど、個人の属性についても情報として含まれる。自動車の例で考えると、所得が 500 万円の男性の消費者がプリウスを購入したといった情報を一つの観測値として含むものが個人データとなる。

集計データを用いた需要関数の分析、個人データを用いた需要関数の分析についてはそれぞれメリットとデメリットがある。個人データの場合、(国勢調査などの全数調査に基づくものでない限り) 市場に存在する全ての消費者の情報を収集することは困難であるため、通常、抽出調査となる。したがって、個人データでは市場全体の需要を捉える上では問題が生じることがある。その点、集計データは市場レベルでのデータであるため、市場全体の需要の状況を把握する上では優れている。しかしもちろん、消費者の選択行動は当然個人属性ごとに異なると考えられる。例えば、ある家計がどの車を選ぶかはその家計の所得水準や家族の構成員数といった個人属性の影響を受けるだろう。個人データがある場合、個人属性ごとの選択行動のモデルを定式化し、個人属性ごとの違いを考慮した需要関数の推定が可能である。一方、個人属性について十分に考慮することのできない集計データに基づいて得られる需要関数にはバイアスが生じている可能性がある。このように、どちらのデータが需要関数の推定上、望ましいかは一概には言えないが、データの収集の面から考えると、個人データの収集は通常難しい。よって以降では、比較的データ収集が容易な集計データを用いた需要関数の推定を念頭に置き、説明を行うこととする。

なお、集計データを用いる場合でも人口属性の分布を組み合わせて用いることで、個人属性ごとの選択行動の違いを捉える方法は存在する。例えば、Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) は所得分布を用いて所得の違いに応じて価格の感応度 (price sensitivity) が異なることを考慮した自動車の選択モデルを定式化している¹²。また、Nevo (2001) は所得、年齢、(16 歳未満の) 子供の有無についての人口属性の分布を用いることで、それら属性ごとに

る。CES モデルは様々な応用経済学の分野で良く用いられるモデル (Dixit and Stiglitz (1977) など) であるが、需要関数の推定の際に用いられることは少ないため、本章では扱わない。CES モデルについては中級レベルのミクロ経済学の教科書に紹介されているので、そちらを参照されたい。

¹² Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) の論文はコブダグラス型の効用関数を用い、所得効果を考慮した離散選択モデルの標準的な定式化として知られる。同様の定式化を行っている研究としては、Goldberg and Verboven (2001), Brenkers and Verboven (2006), Kitano (2011) が挙げられる。

異なるシリアルを選択行動を定式化している¹³。以上のような集計データを用いた上で、個人属性ごとの違いを考慮に入れた選択行動の分析は、付論のランダム係数ロジットモデルにおいて説明する。

集計データを用いて個人属性の影響をコントロールする方法を更に追求する研究としては、Petrin (2002), Berry, Levinsohn, and Pakes (2004) が挙げられる。Petrin (2002)では、これら個人属性の分布の情報に加えて、個人の属性ごとの集計された選択行動に係る情報、例えば、ある所得階層の人が財を購入した割合といった情報を追加的なデータとして用いている。Petrin (2002) はモデルから予想される個人属性ごとの選択行動とこれらデータについての積率条件を推定に追加することで、個人属性ごとに異なる選択行動をより正確に識別することを試みている。Berry, Levinsohn, and Pakes (2004) では、そもそも個人データ、集計データの双方があるケースについて、それら両方を利用して需要関数の推定を行う手法を開発している。

4 Multi-stage Budgeting Model

消費者は（可処分）所得の中から様々な財を購入する。そして消費者がどの財を購入するかはそれぞれの財の価格の変化に応じて変動するだろう。先ほど説明したように消費者が選択可能な財の種類は多数存在するため、それぞれの財間の代替の弾力性を制約無しに推定することは困難である。本節ではこうした問題を解消するモデルの一つである multi-stage budgeting model を紹介する。

Multi-stage budgeting model では、消費者の選択行動を幾つかの段階に分けて記述する。例えば、第1段階で各消費者は所得の中から食費、住居費、衣料費などに予算を割り振り、第2段階で、食費の予算の中で米、パン、醤油などへの予算を割り振る。そして第3段階で、米の予算の中でササニシキ、コシヒカリなどのブランドへの予算の割り振りを考えるという段階的な構造が考えられる。

このような段階的な構造を表す需要構造は以下に示す分離可能 (separable) な効用関数によって表現できる。まず、市場には J 種類の財が存在し、それぞれの財は G 個のグループに分けられ、任意のグループ g に所属する財の種類は J_g 個であるとしよう。このとき、効用関数 (utility function) は

$$U = f(v_1(q_{11}, \dots, q_{1J_1}), v_2(q_{21}, \dots, q_{2J_2}), \dots, v_G(q_{G1}, \dots, q_{GJ_G})) \quad (5)$$

と書ける。ここで、 f は v_1, \dots, v_G に関する増加関数であり、 v_g はグループ g に含まれる財の消費に関する部分効用関数 (subutility function) である。なお、 v_g は q_{g1}, \dots, q_{gJ_g} の増

¹³ 同様に、様々な個人属性の分布を用いて推定を行っている研究としては、Villas-Boas (2007), Hellerstein (2008), Kitano (2012) が挙げられる。

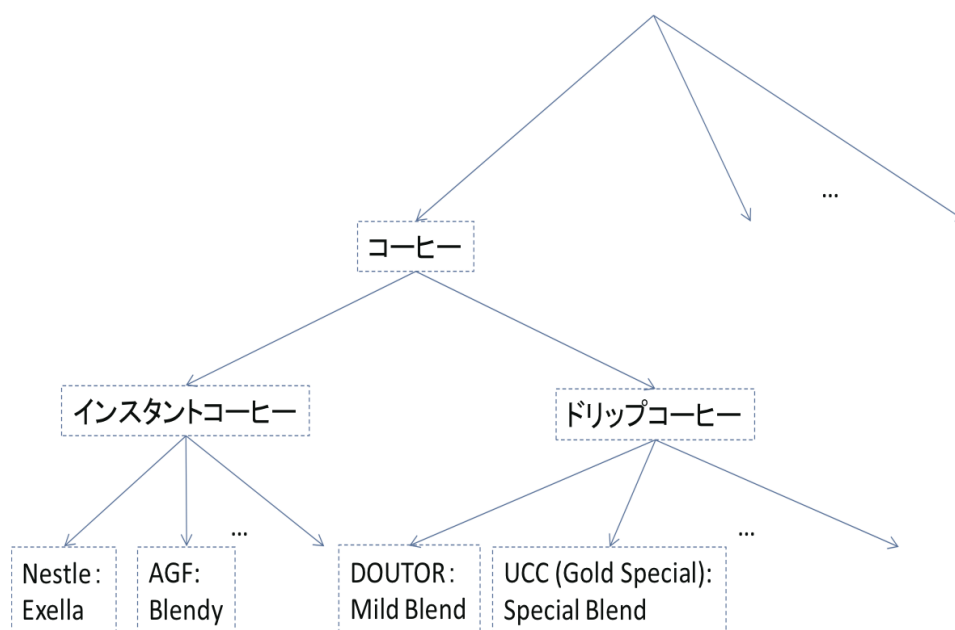
加関数となっている。

以上のような分離可能な効用関数を想定する場合、消費者の直面する問題は、第 1 段階として所得 y の下で各グループにどれだけの予算を割り振るかという問題と、第 2 段階として第 1 段階で決まった各グループごとの予算 y_g の下で、グループ内の各財の消費にどれだけ予算を割り振るかという 2 段階の問題に帰着する。

なお、ここで示した効用関数は 2 段階の消費構造を表しているが、3 段階以上の消費構造も同様に構築することができる。

このような効用関数から導出される需要関数では、各グループ間に所属する財の代替関係はグループごとに定義される集計された価格指数を通じて影響するという構造を持つ。このとき、グループ間の代替関係とグループ内の代替関係のみを明らかにすればよいので、制約のない、全ての財の代替関係を推定するケースと比較して、推定するパラメーターの数を抑えることができる。加えて、以下で説明する差別化された財の推定における代表的な需要モデルの一つである Deaton and Muellbauer (1980a) による Almost Ideal Demand System (AIDS) モデルを用いる場合、各段階で推定する必要があるパラメーターの数は代替関係に制約を置かないモデルと比較して、約半分程度に抑えることが可能である。

図 4: Multi-stage Budgeting Model



なお、ある特定の差別化された財が存在する市場、例えば家庭用コーヒーの市場を分析することが目的であれば、図 4 で記されているような段階構造を考えることが多い。図 4 で記されている構造では、各財をインスタントコーヒー、ドリップコーヒーにグループ分けをした上で、第 3 段階で各グループに割り振られた予算の中で各グループのどの銘柄の

財をどれだけ消費するかを決定する。そして、第 2 段階でコーヒーに割り振られた予算の中で、インスタントコーヒーとドリップコーヒーに対する予算を決定し、第 1 段階で可処分所得の中からどれだけコーヒーに支出するかを決定するという構造となっている¹⁴。

4.1 第 3 段階

それではまず、最終段階である 3 段階目の需要関数の推定から説明しよう。市場 t におけるグループ g に所属する財 j への需要を以下のように定式化する。

$$s_{jt} = \alpha_j + \beta_j \ln(y_{gt}/P_{gt}) + \sum_{k=1}^{J_g} \gamma_{jk} \ln(p_{kt}) + \xi_{jt} \quad (6)$$

ここで、 s_{jt} はセグメント内総支出 y_{gt} に占める財 j への支出額（支出シェア）、つまり、

$$s_{jt} = \frac{p_{jt}q_{jt}}{\sum_{k=1}^{J_g} p_{kt}q_{kt}} \quad (7)$$

であり、 p_{jt} は財 j の価格、 q_{jt} は財 j の販売数量である。また、(6) 式の右辺の変数、 y_{gt} はグループ g への総支出、 P_{gt} はセグメントレベルの価格指数、 p_{kt} は財 k の価格を表している。また、 $(\alpha_j, \beta_j, \gamma_{j1}, \dots, \gamma_{jJ_g})$ は推定されるパラメーターで、 γ は特に自己・交差価格弾力性を表している。 ξ_{jt} は市場 t における財 j 固有の需要のショックなどを表す誤差項である。なお、ここでいう市場とは異なる地域、あるいは異なる時点の市場を指す。

分離可能な効用関数を用いる場合、Deaton and Muellbauer (1980b) が示すように、各セグメントの価格指数は、

$$\ln(P_{gt}) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{J_g} \alpha_k p_{kt} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{J_g} \sum_{k=1}^{J_g} \gamma_{kj} \ln(p_{kt}) \ln(p_{jt}) \quad (8)$$

となる。よって、上式を代入することで、(6) 式の推定を実行することができる。しかし、上記の（正確な）価格指数を推定に用いる場合、(6) 式はパラメーター (α_k, γ_{kj}) についての複雑な非線形の回帰式となるため、推定を実行することのコストは大きくなる。よって、実際の分析では、上記の正確な価格指数ではなく、より簡便に分析を行うことを可能とする以下の Stone 指数 (Stone Index) を用いた分析が行われることが多い。

¹⁴ Multi-stage budgeting model を用いた代表的な応用研究としては、Hasuman, Leonard, and Zona (1994), Hausman (1996), より最近の研究としては、Dhar, Chavas, Cotterill, and Gould (2005), Chaudhuri, Goldberg, and Jia (2006) が挙げられる。

$$\ln(P_{gt}) = \sum_{k=1}^{J_g} s_{kt} \ln(p_{kt}) \quad (9)$$

Stone 指数は正確な価格指数ではないが、(パラメーターに依存せずに) 観察されているデータから計算できるので、(6) 式に Stone 指数を代入することで線形の回帰式を得ることができる。もちろん、Stone 指数は正確な指数とは異なるので、パラメーターの推定値にバイアスが生じることが懸念されるが、Deaton and Muellbauer (1980a) によると、Stone 指数と正確な指数を用いたケース間の推定値の差は小さい。

第3段階の需要モデルでは、 J_{gt} 個の財が存在するため、制約なしに推定を行う場合、 J_{gt}^2 個の自己価格弾力性、交差価格弾力性についてのパラメーターが存在することになる。ただし、AIDS モデルでは、標準的な効用最大化の理論から導かれる性質により、以下の三つの条件が成立する¹⁵。

- 加法性 (Adding up) : $\sum_{k=1}^{J_{gt}} \alpha_k = 1, \sum_{k=1}^{J_{gt}} \beta_k = 0, \sum_{k=1}^{J_{gt}} \tilde{\gamma}_{kj} = 0, \forall j$
- 同時性 (Homogeneity) : $\sum_{k=1}^{J_{gt}} \tilde{\gamma}_{jk} = 0, \forall j$
- 対称性 (Symmetry) : $\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\tilde{\gamma}_{ij} + \tilde{\gamma}_{ji}) = \gamma_{ji}, \forall i, j$

このとき、推定するパラメーターは条件の数だけ減少する。特に、最後の対称性の条件により、推定する自己価格弾力性、交差価格弾力性数、つまり γ の数は $\frac{J_{gt}(J_{gt}-1)}{2}$ 個減少することになる。これらのパラメーターに関する制約が効用最大化問題のどのような性質から導出されているかについての詳細は、Deaton and Muellbauer (1980b) を参照。

4.2 第2段階

次に、上位のセグメント間(米、パンなど)の需要を決定する第2段階の分析に移る。第3段階と同様に、第2段階でも AIDS 型の需要関数を想定することもできるが、ここでは Hasuman, Leonard, and Zona (1994), Hausman (1996) に倣い、以下の対数線形型の需要関数を想定する。

$$\ln(q_{gt}) = \alpha_g + \beta_g \ln(Y_{Rt}) + \sum_{k=1}^G \delta_{gk} \ln(P_{gt}) + \xi_{gt} \quad (10)$$

¹⁵ 3 番目の性質は、効用最大化の理論における代表的な性質の一つであるスルツキー行列の対称性に基いている。

ここで、 q_{gt} は市場 t で販売されたセグメント g に属する財の数量である。また、 P_{gt} は第 3 段階で定義されたセグメント g に属する財の集合に対応する価格指数で、(8) 式で示される正確な指数、若しくは (9) 式の Stone 指数を用いればよい。 Y_{Rt} は全てのセグメントでの支出の合計（つまり、 J 種類の財に対する支出の合計）である。また、 $(\alpha_g, \beta_g, \delta_{g1}, \dots, \delta_{gG})$ は推定するパラメーターで、 β_g はセグメント g 全体の需要に対する所得弾力性、 $(\delta_{g1}, \dots, \delta_{gG})$ はセグメント間の自己・及び交差価格弾力性を表している。最後に、 ξ_{gt} はセグメント g に固有の需要のショックなどを表す誤差項である。

4.3 第 1 段階

最後に、第 1 段階の需要構造は以下のように定式化する。

$$\ln(Q_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Y_t) + \beta_2 \ln(P_t) + Z_t \delta + \xi_t \quad (11)$$

ここで、 Q_t は、対象とする J 種類の財の総販売数量で、 Y_t は実質所得である。 Z_t は需要関数をシフトさせる変数である。また、 β_0, β_1, δ は推定されるパラメーターである。 ξ_t は需要のショックなどを表す誤差項である。

4.4 推定について

Multi-stage budgeting model では、各段階で導出された需要関数、(6)、(10)、(11) 式についてそれぞれ推定を行う。推定の際の誤差項はそれぞれ需要のショックなどを表す ξ であるため、2.1 節での議論と同様に、価格と正の相関を持つものと考えられる。したがって、通常最小二乗法ではなく、操作変数を用いた推定を行う必要がある。このような差別化された財の需要を推定する場合、複数の内生変数が存在するため、複数の操作変数を選定しなければならない。Multi-stage budgeting model を含め、こうした差別化された財の推定に係る操作変数の選定については第 6 節で説明する。

5 離散選択モデル (Discrete Choice Model)

市場 t には J_t 種類の差別化された財が供給されているものとしよう。

離散選択モデルにおいては、各消費者は自らが直面する選択肢（財）の中から最も高い効用を実現するものを選択する状況を考える。つまり、市場 t において消費者 i が財 j を選んだときの効用を u_{ijt} とすると、

$$u_{ijt} \geq u_{ij't}, \forall j' = 0, 1, \dots, J \quad (12)$$

である場合、この消費者は財 j を選択することになる。ここで、選択肢 0 は財を購入しないという選択肢を表しており、アウトサイドオプション (outside option) と呼ばれる。なお、ここでの選択肢とは、各差別化された財であり、第 8 節で紹介する自動車市場における分

析の場合、プリウスやヴィッツなどの車種を想定している。以下でも、自動車市場における分析を想定して説明を行うこととしたい。

ここで、

$$u_{ijt} = v_{ijt} + \epsilon_{ijt} \quad (13)$$

としよう。 v_{ijt} は消費者 i の属性と財 j の品質によって定まる確定項 (deterministic term), ϵ_{ijt} は消費者ごと、財ごとにランダムに定まる確率項 (random term) と呼ばれる。McFadden (1981) に従うと、確率項は消費者の嗜好の異質性 (taste heterogeneity) を表していると解釈できる¹⁶。

なお、このような効用関数上に確率項を含むモデルは確率効用モデル (random utility model) と呼ばれる。

特性アプローチでは、効用関数をその財の価格や品質などの関数として捉える。本節で紹介するロジットモデル、入れ子ロジットモデルでは、効用関数上の確定項は以下のように定式化される。

$$v_{ijt} = \alpha(y_{it} - p_{jt}) + \sum_{k=1}^K \beta_k x_{jkt} + \xi_{jt} \quad (14)$$

ここで、 y_i は消費者 i の所得、 p_{jt} は財 j の価格で、 $(y_i - p_{jt})$ は自動車以外の財への支出を表している。したがって、 $\alpha(y_i - p_{jt})$ は自動車以外の財の消費から得られる効用を表している。

なお、 α は推定するパラメーターで、自動車以外の財の消費から得られる限界効用、あるいは所得の限界効用と呼ぶ。また、ここで導入した効用関数は所得の限界効用が一定、つまり所得効果がない準線形の効用関数を想定している¹⁷。所得効果がないクラスの効用関数を用いる場合、所得の違いが財の選択に影響を与えることはない。しかしながら、例として挙げている自動車市場では、所得の違いが車種の選択に大きく影響するため、ここでの定式化は問題があるだろう。例えば、トヨタのレクサスのような高級車は所得の高い人ほど選択する傾向がある財だと考えられるが、この定式化では所得の違いによって選択行動が異なる可能性は捨象されてしまっている。本章の付論では、このような問題を解決する所得効果の存在する効用関数を定式化し、所得の違いが車種の選択に影響を与えることを許容するモデルを紹介する。

また、 x_{jkt} は財 j の馬力や燃費など、品質を表す変数である。ただし、消費者は車のデザ

¹⁶ 離散選択モデルに代表される確率効用モデルの先駆的研究である Tversky (1972) では、 ϵ_{ijt} を嗜好の異質性ではなく、消費者の選択行動そのものが確率的であることを反映していると解釈している。どちらの解釈でも実質的には問題ない。

¹⁷ (14) 式から明らかのように、 $\frac{\partial u_{ijt}}{\partial y_i} = \alpha$ となり、所得の限界効用は一定であることが分かる。

イン、カラーリングなど、変数として定量的に把握することが困難なもの、あるいは消費者には観察できるが研究者には観察できない品質も勘案した上で車種の選択を行っているだろう。また、その他の（車種ごとに異なる）広告宣伝活動によって生じる需要のショックも消費者の選択に影響を与えると考えられる。 ξ_{jt} はこのような（研究者にとって）観察できない品質（unobserved characteristics）、そして需要のショックを捉える項である。 $(\beta_1, \dots, \beta_K)$ は推定するパラメーターで、 β_k は k 番目の品質から得られる限界効用を表している。

ここで、全ての消費者に共通の財 j を選んだときに得られる効用、つまり平均効用（mean utility）を δ_{jt} として、以下のように定式化する。

$$\delta_{jt} = -\alpha p_{jt} + \sum_k x_{jkt} \beta_k + \xi_{jt} \quad (15)$$

離散選択モデルにおいては財間の効用の差に注目しているため、いずれかの財の平均効用を基準化する必要がある。通常、アウトサイドオプションを選んだときに得られる平均効用をゼロ、つまり $\delta_{0t} = 0$ と基準化する。

5.1 ロジットモデル (Logit Model)

ロジットモデルにおいては、 ϵ_{ijt} は独立に同一の第 1 種極値分布（independently and identically distributed (i.i.d.) type I extreme value distribution）に従うと仮定する。このとき、消費者 i が財 j を選択する確率は、

$$\text{Prob}(u_{ijt} \geq u_{ij't}, \forall j' = 1, \dots, J_t) = \frac{e^{\delta_{jt}}}{1 + \sum_l e^{\delta_{lt}}} \quad (16)$$

と導くことができる。ここで、上式の左辺に注目すると、選択確率は平均効用のみの関数として表現されているため、全ての消費者の選択確率は共通となる。したがって、個人の選択確率は市場全体で財 j が選択されている割合、すなわちシェア s_{jt} と一致するものと考えられる。つまり、

$$s_{jt} = \frac{e^{\delta_{jt}}}{1 + \sum_l e^{\delta_{lt}}} \quad (17)$$

となる。このとき、財 j に対する需要関数は、

$$q_{jt} = M_t \cdot s_{jt} \quad (18)$$

と書くことができる。ここで、 M_t は市場 t に存在する消費者の総数で、市場規模 (market size) と呼ばれる。

なお、ここで定義される消費者は潜在的な消費者、つまり財を購入しない (アウトサイドオプション) を選択した者も含まれる。したがって、ここで財 j のシェアという場合、通常の総販売数量に対する財 j の販売数量ではなく、潜在的なものも含む消費者の総数に対するシェアとなることは留意しておく必要がある。市場規模をどのように定義するかは対象とする産業によって異なる。Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) など、自動車市場を分析する場合には家計数を市場規模としている。一方、Nevo (2001) はシリアル市場の分析において、各消費者は最大で 1 日 1 杯のシリアルを食べるものと仮定し、期間中の日数と各市場の人口の積を市場規模と定義している。

(17) 式より、ロジットモデルにおける需要の自己価格弾力性、交差価格弾力性は、

$$\frac{\partial s_{jt}}{\partial p_{rt}} \frac{p_{rt}}{s_{jt}} = \begin{cases} -\alpha p_{jt} (1 - s_{jt}) & \text{if } j = r \\ \alpha p_{rt} s_{rt} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

となる¹⁸。

以上で示されているように、ロジットモデルにおいては自己価格弾力性、交差弾力性を導出するのに必要なパラメーターは α のみとなる。これは、当初 J^2 問題を定義した際には財の数の 2 乗個ものパラメーターが存在したことに鑑みると、ロジットモデルでは財の数の多さによらず、わずか一つのパラメーターを推定すれば価格弾力性を全て導出できるという点は注目すべき結果である。しかし、パラメーターの数が減るということは、それだけ財の代替関係について強い制約を課していることにほかならない。以下でロジットモデルにおいて生じる問題について説明することとしたい。

5.1.1 ロジットモデルの問題点：無関係な選択肢からの独立性 (Independence of Irrespective Alternatives, IIA)

先ほどの価格弾力性の計算式が示すように、ロジットモデルでは財の代替関係について非常に強い制約がかかっている。したがって、対象とする産業によっては、ロジットモデルを用いた需要関数の定式化には問題がある。この点を理解するために、まず適当な 2 財、例えば財 j と財 l のシェアの比率を考えてみよう。(16) 式を用いると、これら財のシェアの比率は、

¹⁸ $\frac{\partial s_{jt}}{\partial p_{rt}} \frac{p_{rt}}{s_{jt}} = \frac{\partial q_{jt}}{\partial p_{rt}} \frac{p_{rt}}{q_{jt}}$ となる。つまり、これまではシェアではなく、数量について需要の価格弾力性を定義したが、どちらも同一の値を示すことになる。

$$\frac{s_{jt}}{s_{lt}} = \frac{e^{\delta_{jt}}}{e^{\delta_{lt}}} \quad (20)$$

となる。この式は、財 j と l のシェアの比はこの二つの財の平均効用、つまり品質、価格に依存して定まるということを意味している。したがって、財 j , l 以外の財 r の価格や品質が変化したとしても、これら二つの財のシェアの比は変化しない。このようなロジットモデルの性質は、無関係な選択肢からの独立性 (Independence of Irrespective Alternatives, IIA) として知られる。

IIA という性質は、ロジットモデルが財間の代替関係に非常に強い制約を課していることを示している。この点を理解するために、自動車の例として、財 j をトヨタのミニバンの代表的なモデルであるエスティマ、財 l をコンパクトカーの代表的なモデルであるヴィッツであるとしよう。そして、財 r をホンダの代表的なコンパクトカーであるフィットとして、その価格の上昇するケースを考えよう。フィットの価格の上昇は、近い品質を持つヴィッツの需要を大きく変化させる一方、異なる品質を持つエスティマの需要にはあまり影響を与えないと予想できるだろう。しかしながら、IIA という性質、つまり (20) 式で示されているように、エスティマとヴィッツのシェアの比率はそれら財の平均効用の比のみによって表されているため、フィットの価格の上昇はエスティマとヴィッツのシェアの比率には影響しない。フィットの価格の上昇はエスティマとヴィッツの需要を上昇させるが、(19) 式で示されているように、エスティマとヴィッツの需要は同じ比率、 $\alpha p_r s_r$ だけ変化させるためである。したがって、対象とする市場によってはロジットモデルを用いる場合、非現実的な需要構造を表現してしまう可能性があるのである。5.2 節では、こうした IIA の問題を緩和する、つまり、この例で示したようなフィットの価格の変化に対し、ヴィッツとエスティマに対して異なる交差弾力性を持つことを許容する入れ子ロジットモデルを紹介する。

なお、しばしば IIA の問題はロジットモデル固有の問題と解釈されることがあるが、それは正しくない。IIA の問題は ϵ_{ijt} が独立に同一の分布 (identically and independently distributed. 以下「i.i.d.」という。) に従うということに起因している。したがって、ロジットモデル以外、例えば ϵ_{ijt} が正規分布に従うとするプロビットモデルにおいても、それが i.i.d. であれば IIA の問題は生じることになる。

5.1.2 推定式

Berry (1994) で示されているように、推定式はそれぞれの財とアウトサイドオプションのシェアの比を対数変換することで導出できる。つまり、(17) 式より、

$$\ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t}) = \delta_{jt} = -\alpha p_{jt} + \sum_k \beta_k x_{jkt} + \xi_{jt} \quad (21)$$

となる。

ここで、被説明変数である $\ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t})$ は観察されるデータから計算可能であるので、観察できない品質、需要のショックを示す ξ_{jt} を差項とすれば、(21) 式は通常の線形の回帰式の構造を持つことが分かる。ただし、(21) 式を最小二乗法で推定することはできない。なぜなら、観察できない品質、あるいは需要のショックは価格と相関をもつと考えられるため、内生性の問題が生じていると考えられるからである。よって操作変数を用いた推定を行う必要がある。需要関数の推定の際に用いる操作変数の候補については第 6 節で詳しく説明することとする。

5.2 入れ子ロジットモデル (Nested Logit Model)

前節で示したように、ロジットモデルでは IIA の問題があるため、対象とする市場の需要関数を適切に表現できない可能性がある。そこで本節では、IIA の問題を緩和する方法である入れ子ロジットモデル (Nested Logit Model) を紹介する。入れ子ロジットモデルを用いる場合、まず財を幾つかのグループ (あるいは、入れ子 (nest)) に分割する。自動車の例で考えると、各モデルをコンパクトカー、ミニバンなどに分けることと対応する。入れ子ロジットモデルでは、財間の交差価格弾力性は、それら財が所属しているグループに依存して定まる構造を持つ。つまり、先ほどの例で考えると、ロジットモデルの帰結とは異なり、フィットの価格が上昇するとき起こるエスティマとヴィッツの需要の変化に違いが生じることを許容するのである。

入れ子ロジットモデルでは、(14) 式において ϵ_{ijt} が一般化極値分布 (Generalized Extreme Value, GEV) に従うと仮定する。GEV は様々なクラスが存在する¹⁹が、ここでは自動車を例として、図 5 に示されているような、2 段階の選択を表すような需要のモデルを考える。

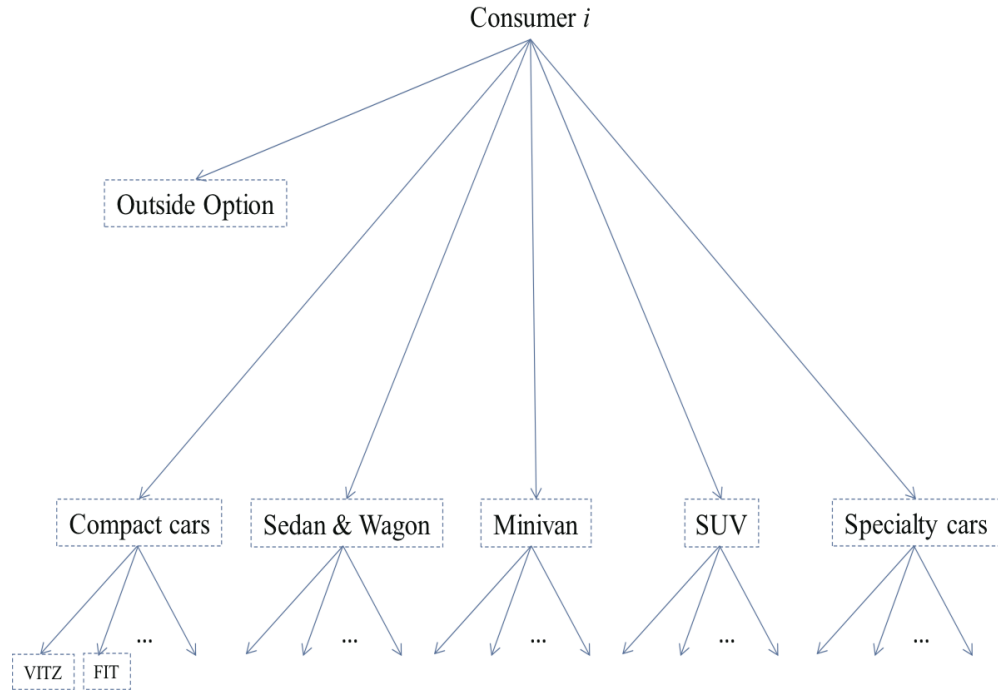
このとき、財 j の選択確率は以下のように導出される。

$$s_{jt} = s_{jt/g(j)} s_{g(j)t} \quad (22)$$

ここで、 $s_{j/g(j)}$ はグループ $g(j)$ を選んだときの財 j の条件付き選択確率、すなわちグループ $g(j)$ 内での財 j のシェアを表す。また、 $s_{g(j)}$ はグループ $g(j)$ が選択される確率、すなわちグループ $g(j)$ に所属する財全てのシェアの合計を表している。これらはそれぞれ、

¹⁹ GEV モデルについては Ben-Akiva and Lerman (1985), Train (2009) を参照。ここでは 2 段階の選択を考えているが、2 段階以上の選択などのモデルについても構築することは可能である。

図 5: 選択構造 (Choice Structure)



$$s_{jt/g(j)} = \frac{e^{\delta_{jt}/\lambda}}{\sum_{l \in g(j)} e^{\delta_{lt}/\lambda}} = \frac{e^{\delta_{jt}/\lambda}}{e^{I_{g(j)}t}}, \quad (23)$$

$$s_{g(j)t} = \frac{e^{\lambda I_{g(j)}t}}{1 + \sum_{g \in G} e^{\lambda I_{gt}}} \quad (24)$$

となる。なお,

$$I_{gt} = \ln \left(\sum_{l \in g} e^{\delta_{lt}/\lambda} \right)$$

であり, これはグループ g を選んだときに得られる平均効用に対応し, Inclusive value と呼ばれる。

また, McFadden (1978) に示されているように, 入れ子ロジットモデルが効用最大化問題と整合的となるには λ は 0 から 1 の間を取る必要がある。特に, $\lambda = 1$ の場合には入れ子ロジットモデルは通常のロジットモデルに一致し, 所属するグループの違いが代替関係に影響を及ぼすことはなくなる。一方, $0 < \lambda < 1$ のとき, 財の代替関係は所属するグループに依存する。特に, $\lambda \rightarrow 1$ のとき, グループ間の財の代替は行われな一方, グループ内の財の代替関係は完全代替に近づく。

この点については、価格弾力性の性質から理解できる。入れ子ロジットモデルにおける価格弾力性は、

$$\frac{\partial s_{jt}}{\partial p_{rt}} \frac{p_{rt}}{s_{jt}} = \begin{cases} -\alpha p_{jt} \left[\frac{1}{\lambda} - \left(\frac{1-\lambda}{\lambda} \right) s_{it/g(j)} - s_{jt} \right] & \text{if } j = r \\ \alpha p_{rt} \left[\left(\frac{1-\lambda}{\lambda} \right) s_{rt/g(r)} + s_{rt} \right] & \text{if } j \neq r, j \in g(r) \\ \alpha p_{rt} s_{rt} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

と導出できる。右辺第 1 式は自己価格弾力性、第 2 式は 2 財が同じグループに所属している場合、第 3 式は 2 財が異なるグループに所属している交差弾力性を表している。よって、2 財が同じグループに所属しているか否かで交差価格弾力性の構造が異なることが分かる。また、 $\lambda \rightarrow 1$ のとき、自己価格弾力性は $-\infty$ 、同じグループに所属する財間の交差価格弾力性は ∞ に近づくことも確認できる。

5.2.1 入れ子ロジットモデルの問題点

入れ子ロジットモデルは異なるグループ間に所属する財間については IIA の問題が生じない一方、(23) 式から明らかなように、同じグループに所属する財の間では依然として IIA の問題が生じる。加えて、(24) 式から明らかなように、異なる二つのグループのシェア s_g 、 $s_{g'}$ の比は同様に、その二つのグループに所属する財の品質のみに依存して定まる。このような入れ子ロジットモデルにおける性質は、IIA に関連し、無関係な入れ子からの独立性 (Independence of Irrespective Nests, IIN) として知られる。IIN がもし非現実的な需要構造を予測すると考えられる場合には、IIA の問題の解決法と同様に、より多段階の入れ子の構造を考えればよい。

このように、入れ子ロジットモデルにおいてはグループ内の IIA、グループ間の IIN の問題は依然として残るものの、適当なグループ分けを行うことができれば入れ子ロジットモデルにおける IIA、IIN は大きな問題とはならないだろう。しかしながら、各財の持つ品質の違いに応じてグループ分けを行うことは必ずしも容易ではない。自動車の例で挙げたような車種のクラスを表す Compact などの離散的な品質に基づくと容易にグループ分けを行うことができるものの、もし財間の交差弾力性が例えば排気量のような連続的な変数に依存する場合、適当なグループ分けを行うことは困難である。このような問題を解決するモデルとして、本章の付論では、財間の品質の近接性に代替関係が依存する構造を持つランダム係数ロジットモデルを紹介する。なお、ランダム係数ロジットモデルでは、事前にグループ分けを行う必要はない。

5.2.2 推定式

ロジットモデル同様、入れ子ロジットモデルにおける推定式は、各財のシェアとアウト

サイドオプションのシェアの比から導出することができる。アウトサイドオプションは単独でグループを構成しているため、

$$s_{0t} = \frac{1}{1 + \sum_{g \in G} e^{\lambda g t}} \quad (26)$$

となることを用いると、(22)、(23)、(24) 式より、

$$\begin{aligned} \ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t}) &= \delta_{jt} + (1 - \lambda) \ln(s_{jt/g(j)}) \\ &= -\alpha p_{jt} + \sum_k \beta_k x_{jt} + (1 - \lambda) \ln(s_{jt/g(j)}) + \xi_{jt} \end{aligned} \quad (27)$$

が得られる。ロジットモデル同様、 $\ln(s_{jt}) - \ln(s_{0t})$ はデータから計算できるので、 ξ_{jt} を誤差項とする推定式が得られる。ロジットモデルとの違いは右辺に $(1 - \lambda) \ln(s_{jt/g(j)})$ が含まれている点である²⁰。推定では $\ln(s_{jt/g(j)})$ の係数として $1 - \lambda$ の推定を行うことが可能であり、効用最大化問題と整合的であるか否かについては、その係数が 0 から 1 の間を取っているかを検定することで可能となる。ただし、グループ $g(j)$ 内の財 j のシェアを表す $s_{jt/g(j)}$ と全体のシェアを表す s_{jt} とは互いに相関し合っているため、 $\ln(s_{jt/g(j)})$ は内生変数となる。よって入れ子ロジットモデルでは価格 p_{jt} に加えて $\ln(s_{jt/g(j)})$ を内生変数として操作変数を用いた推定を行う必要がある。推定についての詳細は第 6 節で述べる。

5.3 消費者余剰の分析

競争政策の評価を行う場合、例えばカルテルや合併に伴う価格の変化がどの程度社会厚生に影響を与えるかを明らかにする必要があることがある。また、例えば合併に伴うシナジー効果により、新製品が開発されるということもあり得るだろう。ここで導入されたクラスの離散選択モデルを用いる場合、Small and Rosen (1981) で示されているように、簡便に消費者余剰 (Consumer Surplus, CS) に与える影響の評価を行うことができる。

なお、ここで紹介する消費者余剰の計算方法は、準線形の効用関数、所得効果がない (所得の限界効用が一定) クラスのモデルにおいてのみ適用が可能であるという点には注意されたい²¹。本章の付論で紹介するようなコブダグラス型の効用関数の定式化を行う場合、所得の限界効用が一定でない (所得効果の存在する) ため、同様の計算を適用することはで

²⁰ Berry (1994) では、 $\sigma \equiv 1 - \lambda$ として定式化されている。この場合、(27) 式における条件付きシェアの係数は σ となる。

²¹ Willig (1976) が示すように、市場における消費者の支出の割合がその消費者の所得水準と比較して小さい場合、所得の限界効用が一定の効用関数は妥当であることが知られている。しかしながら、その市場における消費者の支出が所得に占める割合が大きい場合には、財の購入の有無がその他の財に支出可能な所得の水準に大きく影響するため、限界効用が一定であるとの仮定は問題があるだろう。したがって、本章の例で挙げたような、自動車市場の分析では、本来所得の限界効用が一定の効用関数を用いるべきではないだろう。

きない。所得の限界効用が一定でないモデルの場合、解析的に消費者余剰を計算することはできないため、シミュレーションにより、消費者余剰に対応する概念として知られる補償変分 (Compensating Variation, CV), 等価変分 (Equivalent Variation, EV) を計算する必要がある。所得効果のあるモデルにおける CV, EV の計算方法については Berry, Levinsohn, and Pakes (1993), McFadden (1999), Herriges and Kling (1999) を参照せよ。

5.3.1 価格、品質の変化

まず、財の価格の変化、あるいは財の品質の変化が消費者余剰に与える影響について考える。離散選択モデルにおいては品質や価格の変化は平均効用の変化として捉えることができるので、変化前を $\delta_t \equiv (\delta_{1t}, \dots, \delta_{jt})$, 変化後を $\delta'_t \equiv (\delta'_{1t}, \dots, \delta'_{jt})$ とすると、入れ子ロジットモデルにおける前後の消費者余剰の変化は以下のように計算できる。

$$\Delta CS_t = \frac{\ln\left(1 + \sum_{g \in G} \left(\sum_{l \in g} e^{\delta_{lt}/\lambda}\right)^\lambda\right) - \ln\left(1 + \sum_{g \in G} \left(\sum_{l \in g} e^{\delta'_{lt}/\lambda}\right)^\lambda\right)}{\alpha}, \quad (28)$$

なお、入れ子ロジットモデルは $\lambda = 1$ のとき、ロジットモデルと一致するので、ロジットモデルにおける消費者余剰の評価は、(28) 式において、 $\lambda = 1$ と設定したときの消費者余剰の変化として計算できる。つまり、前後の消費者余剰の変化は、

$$\Delta CS_t = \frac{\ln\left(1 + \sum_{j \in J_t} e^{\delta_{jt}}\right) - \ln\left(1 + \sum_{j \in J_t} e^{\delta'_{jt}}\right)}{\alpha}, \quad (29)$$

となる。

5.3.2 財のバラエティの変化

新製品の導入などにより、市場に存在する財のバラエティはしばしば変化する。離散選択モデルに基づく需要関数の推定を行う場合、このような財のバラエティの変化に伴う消費者余剰の変化についても評価が可能である。財のバラエティの変化は市場に存在する財の集合の変化に対応するので、 J_t を変化前、 J'_t を変化後の財の集合とする²²。入れ子ロジットモデルの場合、財のバラエティの変化は各グループに属する財のバラエティの変化に対応するので、 g, g' 変化前後の各グループ内の財の集合とする。また財のバラエティの変化はグループの数そのものを変化させることもあり得るので、 G, G' を変化前後のグループの集合とする²³。このとき、財のバラエティの変化に伴う消費者余剰の変化は、

²² なお、これまでは J_t は財の種類を表す数として定義したが、ここでは集合として定義している。厳密には新しい表記を導入すべきであるが、表記が煩雑になるのを避けるため、ここでは同一の表記を用いることとした。

²³ 例えば、 g が Sedan & Wagon に関する集合であり、新たな車種としてプリウスが市場に登場した場合だと、 g はプ

$$\Delta CS_t = \frac{\ln\left(1 + \sum_{g \in G} (\sum_{l \in g} e^{\delta_{lt}/\lambda})^\lambda\right) - \ln\left(1 + \sum_{g' \in G} (\sum_{l \in g'} e^{\delta_{lt}/\lambda})^\lambda\right)}{\alpha} \quad (30)$$

と計算できる。先ほど同様、ロジットモデルの場合には $\lambda = 1$ とすればよいので、消費者余剰の変化は以下ようになる。

$$\Delta CS_t = \frac{\ln(1 + \sum_{j \in J_t} e^{\delta_{jt}}) - \ln(1 + \sum_{j \in J'_t} e^{\delta_{jt}})}{\alpha} \quad (31)$$

なお、市場全体で生じる消費者余剰の水準は、上の 2 式において、財が市場に存在しない状況（アウトサイドオプションしか選択肢がない状況）との対比で考えればよい。これは J' が空集合である状況を意味しているの、入れ子ロジットモデル、ロジットモデルにおける消費者余剰はそれぞれ、

$$CS_t = \frac{\ln\left(1 + \sum_{g \in G} (\sum_{l \in g} e^{\delta_{lt}/\lambda})^\lambda\right)}{\alpha}, CS_t = \frac{\ln(1 + \sum_{j \in J_t} e^{\delta_{jt}})}{\alpha} \quad (32)$$

となる²⁴。

リウスを含まない財の集合、 g' はそれを含む財の集合となる。また、例えば市場に初めてミニバンが登場したことの影響を評価する場合には、 G はミニバンを含まないグループの集合、 G' はそれを含む財の集合となる。

²⁴ 離散選択モデルに基づいてある一つの市場（時点）において、新製品導入に伴う消費者余剰の分析を行う場合、ある製品が市場から無くなったというカウンターファクチュアルとの対比により、消費者余剰の変化の分析がなされる。(31) 式から明らかなように、 e_{jt}^δ は全ての財 j について正の値を取るため、このようなカウンターファクチュアルシミュレーションを行うと、選択できる財の種類が増加、つまり新製品の導入は消費者余剰を増加させる。新製品の導入は消費者の直面する選択肢を増加させるため、消費者余剰を増加させるという結果は理にかなうといえるだろう。しかし、仮に消費者にとって、全く同じ品質を持つ財が導入された場合、消費者余剰は本来変化しないと考えられるが、こうしたカウンターファクチュアルシミュレーションを行うと、新製品の導入は消費者余剰を必ず高めると評価される。これは、ロジットモデルなどでは、各財ごとに消費者の異質性、すなわち ϵ_{ijt} が存在すると仮定されているため、 v_{ijt} は全く共通だとしても、新製品の ϵ_{ijt} が既存製品のそれよりも高くなる可能性をモデル上で許容しているためである。もちろん、 ϵ_{ijt} が説明する消費者余剰の増分が十分に小さい場合には、本節で説明した新製品の導入に伴う消費者余剰の評価は問題とはならないだろう。しかし、Petrin (2002) は、アメリカの自動車市場の分析において、推定された消費者余剰をモデルの確定項 (v_{ijt}) と確率項 (ϵ_{ijt}) が説明する部分に分解し、ロジットモデルなど制約の強いモデルを用いる場合、確率項 (ϵ_{ijt}) が消費者余剰の変化に大きく影響することを示している。これは、分析上の仮定として存在する ϵ_{ijt} が消費者余剰に大きく影響することを意味しており、新製品導入の影響を適切に評価できていない可能性を示唆している。こうした問題に対し、Petrin (2002) はランダム係数ロジットモデルなどの自由度の高いモデルにおいて消費者の選択に関連するマイクロデータを推定に追加することで、 ϵ_{ijt} が消費者余剰を説明する程度が小さくなることを示している。この点と関連し、Bajari and Benkard (2005)、Berry and Pakes (2007) はそもそも ϵ_{ijt} を含まない離散選択モデルを提示することで、新製品導入に伴う消費者余剰の問題を回避している。

なお、ここでの評価の問題は一つの市場（時点）におけるカウンターファクチュアルシミュレーションを用いた消費者余剰の評価に関連する問題であることに注意されたい。新製品が導入されている市場とされていない市場、あるいは新製品の導入前後の比較から消費者余剰の評価を行う場合には、新製品の導入は必ずしも消費者余剰を高めるとは限らない。(32) 式から明らかなように、消費者余剰の大きさはアウトサイドオプションのシェアの大きさに依存する。したがって、新製品が導入されている市場と導入されていない市場において実現しているアウトサイドオプションのシェアが全く同一であれば、両市場で消費者余剰の水準は等しくなる。つまり、新製品は既存製品と全く同質であり、消費者に便益をもたらすようなイノベーションではないと評価することができる (Nevo (2011) を参照)。

6 計量分析

これら離散選択モデルの分析では、 ξ_{jt} を誤差項とした線形の回帰式として表現することができることを示した。しかし、観察できない品質、あるいは観察できない需要のショックを表す ξ_{jt} は単一財の需要関数の推定における問題同様、価格と正の相関を持つと考えられるため、最小二乗法を用いた推定を行うことはできない。よって、内生変数である価格に対する操作変数を用い、推定を行う必要がある。2.2節で説明したように、操作変数 z_{jt} は、

1. 価格と相関を持ち ($Cov(p_{jt}, z_{jt}) \neq 0$),
2. 観察できない品質、あるいは観察できない需要のショックと相関を持たない ($Cov(\xi_{jt}, z_{jt}) = 0$)

の二つの性質を満たす必要がある。加えて、入れ子ロジットモデルの場合、 $s_{j/g(j)}$ も内生変数となる。観察不可能な品質 ξ_{jt} が正であれば、当然 $s_{j/g(j)}$ も高くなる、つまり $Cov(s_{j/g(j)}, \xi_{jt}) > 0$ となるからである。

価格の操作変数の候補としてまず考えられるのは、単一財の需要同様、費用関数に影響を与える変数が考えられる。例えば、労働者の賃金や燃料価格などの生産要素価格が候補として挙げられるだろう。しかしながら、このような生産要素価格を用いる分析は差別化された財の需要の分析を行う際の操作変数としては望ましくないことが多い。なぜなら、賃金などの生産要素価格は時間あるいは地域を通じた変動はあるが、財ごとには共通の値をとる。よって、財間の価格差は生産要素価格で説明することはできないため、生産要素価格と価格の相関は小さくなり、付論で説明するように、**Weak Instrument**の問題が生じる可能性があるからである。よって、差別化された財の需要関数の推定を行う場合には生産要素以外の財ごとの変動がある操作変数を見付ける必要がある。

なお、直接財ごとの費用に関連する変数を用いて推定を行っているものが全くないわけではない。例外として、Nevo (2001)は財ごとの限界費用に係る変数、またVillas-Boas(2007)は生産要素価格とモデルダミーの交差項といった形で財ごとに異なる費用変数を操作変数として、差別化された財の需要関数の推定を行っている。また、Nakamura and Zerom (2010)はコーヒー豆の需要の推定において、費用の決定要因であるコーヒー豆の産地の気象状況を表す変数を操作変数として用いている。

以下では需要関数の推定の文献でしばしば用いられる需要関数を識別するための仮定と、その仮定から導かれる操作変数を説明する。ただし、どのような操作変数が望ましいかは、対象とする産業と利用可能なデータに依存するので、一様な方法があるわけではないことには注意されたい。場合によっては以下の操作変数が望ましくないこともあり得る。あくまで、対象とする産業で以下のような仮定が妥当であるかどうかを注意深く検討し、もし、その仮定が妥当でなければその他の操作変数を考える必要がある。したがって、操作変数の選定においては分析者の産業に対する知識も重要な役割を果たすことが多い。

6.1 Hausman(1996), Nevo(2001) による方法

直接費用に関連する変数が利用可能でない場合において、Hausman (1996), Nevo (2001) は Hausman and Taylor (1981) によるパネルデータの構造に基づく操作変数を提示している。これらの研究では、需要関数の推定式において、各財の固定効果を導入した上で、利用可能な操作変数を導いている。

これまでに説明したように、誤差項 ξ_{jt} は市場 t における財 j の観察できないあるいは測定することのできない品質、また需要のショックを表している。ここで、 ξ_{jt} を固定効果を含まない推定式における誤差項、そして固定効果を ξ_j と表記すると、固定効果をコントロールした上での誤差項は、

$$\Delta\xi_{jt} \equiv \xi_{jt} - \xi_j \quad (33)$$

となる²⁵。ここで、固定効果は市場間で共通の財 j 固有の効果を捉えるので、通常観察できない品質、あるいは測定することのできない品質は市場ごとには異ならないと考えられるので、 $\Delta\xi_{jt}$ は各市場ごとに異なる需要のショックを捉えていると考えられる。よって、需要関数の推定に用いる操作変数は各市場ごとに異なる各財の需要のショックと相関を持たず、内生変数である各財の価格と相関を持つものである必要がある。

Hausman (1996), Nevo (2001) による、需要関数を識別するための仮定は、これら市場の需要のショック $\Delta\xi_{jt}$ が地域間で相関しないというものである。この仮定の下では、他地域 $t' \neq t$ の価格 $p_{jt'}$ は内生変数 p_{jt} に対する操作変数としての性質を満たすと考えられる。なぜなら、仮定により、他地域の価格 $p_{jt'}$ は内生変数である地域 t の価格 $\Delta\xi_{jt}$ とは相関を持たず²⁶、一方で財 j の生産に要する限界費用は地域間で共通の要素を数多く含むと考えられるため、地域間で価格は相関するものと考えられるからである²⁷。

この仮定の下では全ての他地域の価格 $p_{jt'}$ が p_{jt} の操作変数となり得る。Hausman (1996), Nevo (2001) では、他地域の平均価格 $\frac{1}{T-1} \sum_{t' \neq t} p_{jt'}$ を操作変数として推定を行っている。

なお、この仮定は必ずしも満たされるとは限らないだろう。なぜなら、各地域の需要のショックが地域間で相関することも十分に考えられるからである。例えば、口コミなどで財の評判が高まる場合には、地域をまたいでその効果を発揮することも考えられる。また、

²⁵ Multi-stage budgeting model では、固定効果を含む定式化を行っているため、新たに固定効果を追加する必要はない。例えば、(6) 式では α_j が財 j の固定効果であるので、 ξ_{jt} はここで定義される $\Delta\xi_{jt}$ に一致している。ここでは説明の便宜上、 $\Delta\xi_{jt}$ と表記している。

²⁶ 例えば、地域 t で正の需要のショックがある場合、 p_{jt} はもちろん上昇すると考えられるが、地域 t' の価格には何ら影響しない。

²⁷ 例えば、各地域で販売されている財 j が同じ工場で作られていれば、財 j の生産に要する限界費用は共通と考えられるだろう。ただし、工場と地域間の距離には違いがあると考えられるため、各地域で販売までに要する限界費用には違いが生じることはあり得るが、操作変数は内生変数と完全に相関している必要はないため、限界費用に共通の要素が含まれていれば操作変数としては問題ない。

幾つかの地域でのみテレビコマーシャルが放送されていれば、その放送されている地域間で需要のショックは相関するだろう²⁸。限られた地域間での相関が疑われる場合、一つの検証の方法としては、幾つか影響が及ぶ範囲についてグループ化し、各グループごとの財ダミーの交差項を含める方法がある。このとき、グループ内の需要のショックは新たに導入されたダミー変数によって説明されることになる²⁹。

なお、 t が時間である場合には、Arellano and Bond (1991) や Blundell and Bond (1998) による動学パネルの分析方法を用いた推定を行うことも可能である。

6.2 Berry, Levinsohn and Pakes (1995) による方法

差別化された財の市場において、地域ごとに投入されている財の種類が異なったり、また新製品の導入や旧製品の製造中止など、財の入れ替わりが生じる場合、データセットはパネルの構造を持たない。その場合、固定効果を考慮した推定を行うことができないことがある。

Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) では、以下のように、観察されない品質、あるいは財 j 固有の需要のショックを表す ξ_{jt} は観察可能な品質 $x_{jt} = (x_{j1t}, \dots, x_{jkt})$ と相関を持たない、つまり

$$E[\xi_j | x_{1t}, \dots, x_{jt}] = 0 \quad (34)$$

を仮定し、需要関数の識別を試みている³⁰。(34) 式の下では、適当に財の品質に係る変数を組み合わせることで、様々な形で財 j の価格の操作変数を構築することができる。可能な操作変数の中で、Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) は、(i) 財 j を生産する企業 f の生産するその他の財の品質の合計、 $\sum_{i \in \{J \setminus j\}} x_{ikt}$ 、また、(ii) その企業以外の企業が生産する財の品質の合計、 $\sum_{i \notin J_f} x_{ikt}$ が (34) 式の仮定の下で望ましい操作変数となることを示している。これら操作変数を構築する上では、推定に用いるデータセットはパネルの構造を持つ必要はない。

ここでは、これらの変数が操作変数としての性質を満たすことを直感的に説明しよう。まず、(34) 式の仮定より、これらの変数は操作変数の 2 番目の条件 $Cov(\xi_{jt}, z_{jt}) = 0$ を満たしている。次に、これら変数が 1 番目の条件、内生変数である価格と相関を持つかどうかについて考えてみよう。企業 f の価格の設定はその企業が生産しているその他の財に与える影響を考慮してなされる。したがって、その企業が財 j と競合する財を多く生産している場合には他の財に与える影響を考慮した価格を設定することになるだろう。よって、各企業はその企業が生産している財の数に依存した価格設定をするため、企業が生産する財の

²⁸ 全地域に共通でなされるテレビコマーシャルについては、(そのコマーシャルの影響が地域間で共通の影響を持つとすると) 固定効果にその効果が含まれるため問題ない。

²⁹ Hasuman and Leonard (2002) を参照。

³⁰ この仮定は、Bresnahan (1981), Bresnahan (1987) における特性空間上での財の集中度合いに依存した識別条件の考え方に基づいている。

数に依存する (i) の操作変数は、内生変数である価格と相関することになる。一方で、 f 以外の企業が財 j と競合する財を余り生産していなければ、企業 f は財 j については独占的な価格を設定することが可能となる一方、他社が競合財を多く生産していればそのような価格設定は行わないだろう。よって、各企業はその他の企業が生産している財の数に依存した価格設定となるため、他企業の生産する財の数に依存して定まる (ii) の操作変数も、内生変数である価格と相関することになる。

なお、入れ子ロジットモデルを含む GEV モデルにおいては、内生変数は価格に加えてグループ内シェア $\ln(s_{jt}/g)$ も内生変数となる。Bresnahan, Stern, and Trajtenberg (1997) において議論されているように、(34) の仮定の下で同様に、これら内生変数と相関を持つと考えられる操作変数を構築できる。ただし、入れ子ロジットモデルの場合、それぞれの財が所属するグループに依存した形で操作変数を定義される。詳しくは Bresnahan, Stern, and Trajtenberg (1997) を参照。

以上では (34) 式の仮定が満たされるものとして議論したが、そもそもこの仮定は妥当といえるのだろうか。ここではこの点について考察することとしよう。まず、 ξ_{jt} を需要のショックとみなす場合、(34) 式が満たされない状況とは、その時期に生じた需要のショックによって即座に企業が品質を変更できる状況を意味することになる。しかしながら、通常企業は需要のショックが生じたとしても財の品質の変更には時間が掛かると考えられるため、この仮定はそれほど問題ではないように思われる。しかし、 ξ_{jt} を観察できない品質とみなす場合には観察可能な品質 x_j との間に相関がないという仮定は問題がある。企業は観察可能な品質、観察不可能な品質を併せてモデルのスペックを決定していると考えられるので、これら品質に相関がないとする妥当な理由付けを行うことは困難だろう。しかしながら、このような品質に基づく操作変数は、財ごとに異なるその他の操作変数を見付けることが困難であるため、多くの研究で用いられている。

なお、パネルデータが利用可能な場合でも固定効果を導入せずに (34) 式を仮定し、品質に基づく操作変数を作成することは可能である。しかしながら、パネルデータの場合、品質に基づく操作変数を用いて推定を行うことは通常望ましくない。なぜなら、パネルデータに基づく場合、品質に基づく操作変数は財ごとの変動はあるものの市場間では共通の値をとるため、市場間の各財の価格の違いを説明することはできないからである。このような場合、品質に基づく操作変数と内生変数の相関は通常小さい。すなわち Weak Instrument の問題が生じてしまう可能性が高いと考えられる。

7 離散選択モデルの拡張

本章で紹介した離散選択モデルでは、各消費者は財を一つ選択するという仮定が置かれていた。しかしながら、場合によっては消費者は複数の財を選択することもあるだろう。また、ここでは静学的な意思決定を想定していたが、洗剤などの貯蔵が可能な財については洗剤の残量を勘案してどのタイミングで買うかが重要であるし、また自動車などの耐久

消費財についてもいつ買い替えるか、といった動学的な意思決定が重要な意味を持つ。本節では、複数財の選択と動学的意思決定に焦点を当て、近年の離散選択モデルに基づく需要関数の推定方法の発展について紹介する。

7.1 複数財の選択

離散選択モデルでは、消費者は選択肢の中から一つの財を選択するとの仮定が置かれている。しかし、場合によっては消費者は二つ以上の財を選択することもあり得るため、一見すると離散選択モデルは制約の大きいモデルと映るかもしれない。ただし、一般に離散選択モデルはこうした二つ以上の財の選択を排除するモデルではない。離散選択モデルにおいては選択肢が離散であればよいので、複数財の可能性がある場合には、例えば、A財とB財の二つを選択する、という選択肢をモデルに含めればよいからである。関連する研究として、Hendel (1999) は各企業のパソコンの銘柄別の保有台数のデータから、企業のパソコン購入の意思決定において、複数のブランドの選択、複数台数の選択を考慮した需要モデルを構築している。Hendel (1999) は企業の意思決定を業務レベルに分割し、各業務においてどのブランドのパソコンを選択するか、何台のパソコンを購入するかを定式化し、各企業のパソコンの購買行動の定式化を行っている。

Hendel (1999) のモデルでは、各業務ごとに独立にパソコンの購買行動が決定されると仮定されているが、先ほど説明したように、必ずしも各選択が独立になされるとは限らない。Nevo, Rubinfeld, and McCabe (2005) は図書館の学術雑誌の購読において各学術雑誌から得られる効用は独立と仮定されている³¹ものの、図書館の予算制約の存在により、各学術雑誌の選択に相関が生じていることを許容している。また、Gentzkow (2007) では紙媒体での新聞購読とオンラインでの新聞購読の選択について、両財を選んだときに得られる効用に相関がある状況を許容している³²。これまでに紹介した離散選択モデルでは、(19), (25) 式から明らかなように、価格の係数が負であるため、市場に存在する差別化された財間の交差弾力性は全て負となることを前提としていた。これは市場に存在する全ての財は代替財であることを意味している。しかし、通常のマクロ経済学のテキストで説明されるように、例えばコーヒーとミルク、スーツとネクタイなど、財によっては一方の価格の上昇が他方の財の需要を上昇させるような補完財の関係を持つこともあり得るだろう。Gentzkow (2007) の定式化では、二つの財が補完関係を持つことを許容している。

なお、Hendel (1999), Nevo, Rubinfeld, and McCabe (2005), Gentzkow (2007) は個人データに基づく分析であるが、Fan (2011) は集計データに基づいて財間の選択に相関があることを許容するモデルを提示している。さらに、Wakamori (2011) は集計データと個人データを組み合わせた推定方法を提示している³³。

³¹ ここでいう独立とは、財Aと財Bを選んだときに得られる効用を u_A , u_B とし、財Aと財Bの両方を選んだときの効用を u_{AB} とすると、 $u_{AB} = u_A + u_B$ と加法的に決まる状況を指している。

³² 先ほどと異なり、 $u_{AB} > u_A + u_B$, もしくは $u_{AB} < u_A + u_B$ となる状況を指している。

³³ なお、集計データを用いて消費者が複数財の選択を行う場合でも、もし消費者のある財の選択が同一の消費者のもう

7.2 動学的意思決定

これまでに紹介したモデルでは、各消費者は静学的な意思決定を行うとの前提で分析がなされていた。しかし、自動車などの財は耐久消費財であり、どのモデルを買うか、という意思決定だけでなく、いつ自動車を買うか、という動学的な意思決定も重要な役割を果たしていると考えられる。また、例えば洗剤などの財は貯蔵が可能であり、価格の安い時にまとめ買いをし、それが無くなったら次の購買行動に移るといった性質を持つため、消費者の将来の価格に対する期待や今手元に残っている洗剤の残量などが消費者の意思決定に影響をもたらすことになる。よって貯蔵が可能な財の場合には消費者は各時点の最適化を行うだけでなく、いつ、どれだけ買うかといった動学的な意思決定を行っているものと想定する必要があるだろう。

なお、本節で紹介したモデルは静学的なモデルと位置付けられるものの、動学的な意思決定の要素が全く考慮に入れられていないわけではない。モデルにおいて、消費者はアウトサイドオプション、つまり財を購入しないという選択肢を持ち、一つの解釈として、アウトサイドオプションを選択するかインサイドオプションを選択するかは現在財を購入するか、将来財を購入するかを意思決定と解釈することもできるからである³⁴。

しかしながら、静学的なモデルではシミュレーション分析、例えば政策変化の長期的な影響など、消費者の長期的な意思決定の変化を捉えることはできないため、やはり動学的意思決定を考慮した分析手法の開発は不可欠である。こうした点に関連し、Hendel and Nevo (2006) は洗剤といった貯蔵可能かつ、特売などによる価格変動がある財の市場において、消費者の差別化された財の選択、財の貯蔵量及び動学的な価格変動を考慮した消費者の動学モデルを提示している。一方、Melnikov (2001) は新製品など、時間を通じて品質が向上していくような耐久消費財の市場において、このような財の動学的な品質の変化を考慮した上で、消費者がどのタイミングで財を購入するか、動学的な意思決定を伴う差別化された耐久消費財の需要の推定モデルを提示している。Melnikov (2001) では、消費者はある一定期間内に財を 1 回限り購入すると想定している一方、Gowrisankaran and Rysman (2009) は期間内に複数回財を購入することを許容している。さらに、Melnikov (2001) では入れ子ロジットモデルなどを含む GEV モデルに基づく動学モデルへの拡張であるのに対し、Gowrisankaran and Rysman (2009) はランダム係数ロジットモデルの拡張となっている。Schiraldi (2011) は Gowrisankaran and Rysman (2009) を応用し、イタリアの自動車市場を対象として、消費者が新車だけでなく中古車を選択することを許容し、さらに中古自動車の売買に係る取引費用を考慮に入れたモデルを構築している。

一方の選択と相関しない場合には、複数財の選択は問題とはならない。例えば、各消費者が二つまで選択を行うと考えられる場合には、単純にマーケットサイズ M_t を消費者の人数の 2 倍とすればよい。ただし、一方の財の選択が他方の財の選択に影響を及ぼす場合にはこのような単純な拡張では対処できない。

³⁴ Goldberg and Verboven (2001) を参照。

8 事例分析：日本の自動車市場

本節では、日本の自動車市場を事例に、差別化された財の需要関数の推定結果を報告する。ここで、前節で説明したロジットモデルと入れ子ロジットモデルを中心に分析を行い、ロジットモデルの推定結果、入れ子ロジットモデルの推定結果とモデルから得られる交差弾力性を示す。

なお、需要関数の推定では、操作変数を用いる方法と通常の方法を用いる方法を示し、価格の係数に内生性の問題によってバイアスが生じていると考えられるのか、また入れ子ロジットモデルによって得られる交差弾力性が IIA の問題が生じるロジットモデルと比較してより現実的な値を示しているかどうかを検討したい。

なお、本節で用いられているデータは Kitano (2011) における 2005-2009 年の日本の自動車市場における普通自動車の各車種の新車販売台数（新規登録台数）、価格、品質などの集計データである。データの出所などの詳細は Kitano (2011) を参照されたい。

8.1 需要関数の推定結果

表 1：需要関数の推定結果

Variables	Logit Model		Nested Logit Model	
	(i) OLS	(ii) GMM	(iii) OLS	(iv) GMM
Price (- α)	0.0028*** [0.0007]	0.0049*** [0.0017]	0.0010** [0.0004]	0.0047*** [0.0015]
Car Size	0.3592*** [0.0668]	0.3156*** [0.0653]	0.3770*** [0.0429]	0.2994*** [0.0584]
HP/Weight	0.0585* [0.0311]	0.0947** [0.0398]	-0.0086 [0.0201]	0.0848** [0.0357]
Engine Displacement (CC)	0.0624 [0.1101]	0.2228 [0.1763]	0.2045*** [0.0708]	0.2658 [0.1625]
Wheelbase	0.3095 [0.3782]	0.6972* [0.4007]	0.5982** [0.2430]	0.8193** [0.3487]
Fuel Cost	-0.1935*** [0.0276]	-0.1867*** [0.0264]	-0.2198*** [0.0177]	-0.1914*** [0.0238]
Eco-car	0.7788*** [0.1041]	0.8653*** [0.1056]	0.2539*** [0.0693]	0.7620*** [0.1066]
Constant	-7.5803*** [0.5528]	-11.4359*** [0.9845]	-7.5803*** [0.5484]	-11.0513*** [0.8912]
λ	-	-	0.5969***	0.1079***
$R^2/J - \text{stat (dof)}$	0.54	51.12 (17)	0.81	57.85 (16)

表 1 にはロジットモデル、入れ子ロジットモデルの推定結果が示されている。ここでは、それぞれのモデルの推定について、OLS、GMM による推定を行っており、その結果が (i) - (iv) にまとめられている。まず、表 1 の推定結果から明らかなように、価格 (Price) の係数はいずれの特定化においても有意に負となっている。これは通常予測されるように、需要関数は右下がりとなっていることを示している。さらに、価格の係数についてはロジッ

ト、入れ子ロジットモデルともに GMM で推定を行った場合においてより小さい係数を示していることが分かる。これは観察されない品質と価格が正の相関を持ち、その結果価格の係数に正のバイアスが生じているという内生性の議論と整合的な結果を示していることが分かる。

また、グループ内シェアの係数から計算できる λ の推定値は0から1の間をとっているため、McFadden (1978) で示されているように、入れ子ロジットモデルの推定結果は効用最大化問題と整合的な結果を示していることが分かる。加えて、 λ が1をとる場合、入れ子ロジットモデルは通常のロジットモデルに一致するが、本推定結果における λ は統計的に有意に1と異なるので、自動車市場における需要の構造はロジットモデルとは異なり、グループ間でのIIAは成立しない。

自動車の品質を表す変数についてみてみると、車体のサイズ (Car size)、車重当りの馬力 (HP/Weight) の係数は統計的に有意に正であり、消費者はより車体の大きい、またより馬力の大きい自動車ほど高い効用が得られていることが分かる。排気量 (Engine Displacement)、ホイールベース (Wheelbase) は統計的に有意に正あるいは負ではない。これは消費者の自動車購入の意思決定において、排気量が高い、ホイールベースが長いといった要因は消費者の効用を直接高めるとはいえないことを示している。一方、1km当たりの走行費用 (Fuel Cost)³⁵は統計的に有意に負であり、消費者は走行費用の高い、つまり燃費の低い自動車を好んでいないことが分かる。関連し、エコカー減税・補助金の対象となる車種について1をとるダミー変数 (Eco-car) の係数については統計的に有意に正であり、消費者が得られる効用はエコカーの方が大きくなっている。これはエコカー減税、補助金などによるメリットを反映しているものと解釈できる。

8.2 自己・交差価格弾力性

表2, 3では、表1の推定結果を元に、ロジットモデル ((19) 式を参照)、入れ子ロジットモデル ((25) 式を参照) に基づく自己・交差価格弾力性の推定結果を、幾つかの車種について記してある。

なお、これら表における (i, j) 要素はモデル i の 1%価格上昇についてモデル j の需要の増加率を表している。

まず、表2のロジットモデルの結果から明らかなように、各車種の交差弾力性は全て共通の値をとる。例えば、フィット (FIT) の1%の価格上昇はそのほかの財の需要を全て0.00024%引き上げる。しかしながら、このような交差弾力性は現実的な値とは考えられないだろう。なぜなら、フィット (FIT) のようなコンパクトカーの価格の上昇はヴィッツ (VITZ) などのコンパクトカーの需要は大きく変化させる一方、エスティマ (ESTIMA) などのミニバンの需要にはあまり影響を与えられないと考えられるからである。ロジットモデルでは、IIAの問題により、交差価格弾力性は全て共通となることがモデルの性質上、

³⁵ ガソリン価格を各自動車の燃費で除したものである。

定まってしまうのである。

表 3 に示される入れ子ロジットモデルの結果は、上で述べた IIA の問題を解決している。つまり、フィット (FIT) の 1% の価格の上昇はヴィッツ (VITZ) の需要を 0.00167% 引き上げる一方で、エスティマ (ESTIMA) の需要増は 0.00024% と同じコンパクトカー間の交差価格弾力性と比較して、異なるグループに属する交差弾力性はかなり大きくなっていることが分かる。

なお、入れ子ロジットモデルで示された推定結果は依然として妥当な結果とは考えられないかもしれない。例えば、各財の交差弾力性はコンパクトカーなどのグループの違いだけでなく、モデルを販売している企業ごとにも異なってくる可能性がある。このような場合には、本章で説明した 2 段階の入れ子ロジットモデルではなく、Goldberg (1995) などの多段階の入れ子ロジットモデルを用いる方法がある。多段階の入れ子ロジットモデルでは、例えば各消費者は最初にどの企業から購入するかを選び、その次にその企業の中からどのクラス (コンパクトカーなど) を選択し、最後にその中からモデルを選択するという選択構造が考えられるだろう。あるいは、最初にクラスを選択を行い、その後企業を選択し、その中のモデルの選択を行うという構造も考えられる。いずれの場合でも、交差弾力性は財が属するクラスだけでなく、その財が属する企業に応じて異なることを許容する。ただし、このような多段階の入れ子ロジットモデルでは、事前にどのような選択構造になるかを定めなければならない。もちろん、どちらの構造が望ましいかについては GEV モデルに係る λ の制約が満たされているかなどから判定することもできるが、望ましいモデル選択の基準がはっきりと提示されているわけではない。選択順序の構造が通常は事前には分からない場合、Bresnahan, Stern, and Trajtenberg (1997) による事前選択の順序を特定しない GEV モデル、あるいはより一般的なランダム係数ロジットモデルを用いる方法がある。ランダム係数ロジットモデルについては以下の付論を参照。

表 2: 自己・交差価格弾力性：ロジットモデル

	CIVIC SEDAN	FIT	ODYSSEY	STEP WGN	CEDRIC	MARCH	SERENA W	SKYLINE	COROLLA	ESTIMA	PRIUS	VITZ
CIVIC SEDAN	-0.81518	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013	0.00013
FIT	0.00024	-0.58576	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024
ODYSSEY	0.00140	0.00140	-1.17060	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140	0.00140
STEP WGN	0.00177	0.00177	0.00177	-1.07341	0.00177	0.00177	0.00177	0.00177	0.00177	0.00177	0.00177	0.00177
CEDRIC	0.00205	0.00205	0.00205	0.00205	-1.52155	0.00205	0.00205	0.00205	0.00205	0.00205	0.00205	0.00205
MARCH	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	-0.55780	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017
SERENA W	0.00117	0.00117	0.00117	0.00117	0.00117	0.00117	-1.01286	0.00117	0.00117	0.00117	0.00117	0.00117
SKYLINE	0.00031	0.00031	0.00031	0.00031	0.00031	0.00031	0.00031	-1.35004	0.00031	0.00031	0.00031	0.00031
COROLLA	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	-0.70316	0.00004	0.00004	0.00004
ESTIMA	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	0.00076	-1.37252	0.00076	0.00076
PRIUS	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	0.00030	-1.09526	0.00030
VITZ	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	0.00068	-0.55984

表 3: 自己・交差価格弾力性：入れ子ロジットモデル

	CIVIC SEDAN	FIT	ODYSSEY	STEP WGN	CEDRIC	MARCH	SERENA W	SKYLINE	COROLLA	ESTIMA	PRIUS	VITZ
CIVIC SEDAN	-0.85915	0.00012	0.00012	0.00012	0.02844	0.00012	0.00012	0.02844	0.02844	0.00012	0.02844	0.00012
FIT	0.00024	-0.63628	0.00024	0.00024	0.00024	0.00167	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00024	0.00167
ODYSSEY	0.00136	0.00136	-1.26607	0.00983	0.00136	0.00136	0.00983	0.00136	0.00136	0.00983	0.00136	0.00136
STEP WGN	0.00172	0.00172	0.01213	-1.15837	0.00172	0.00172	0.01213	0.00172	0.00172	0.01213	0.00172	0.00172
CEDRIC	0.01618	0.00199	0.00199	0.00199	-1.64250	0.00199	0.00199	0.01618	0.01618	0.00199	0.01618	0.00199
MARCH	0.00017	0.00470	0.00017	0.00017	0.00017	-0.60274	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	0.00017	0.00470
SERENA W	0.00114	0.00114	0.00968	0.00968	0.00114	0.00114	-1.09426	0.00114	0.00114	0.00968	0.00114	0.00114
SKYLINE	0.00241	0.00030	0.00030	0.00030	0.00241	0.00030	0.00030	-1.46766	0.00241	0.00030	0.00241	0.00030
COROLLA	0.00040	0.00004	0.00004	0.00004	0.00040	0.00004	0.00004	0.00040	-0.76515	0.00004	0.00040	0.00004
ESTIMA	0.00074	0.00074	0.02527	0.02527	0.00074	0.00074	0.02527	0.00074	0.00074	-1.46976	0.00074	0.00074
PRIUS	0.00220	0.00029	0.00029	0.00029	0.00220	0.00029	0.00029	0.00220	0.00220	0.00029	-1.19050	0.00029
VITZ	0.00066	0.00560	0.00066	0.00066	0.00066	0.00560	0.00066	0.00066	0.00066	0.00066	0.00066	-0.60461

8.3 需要関数の推定手法を用いた政策分析

それでは、ここで、需要関数を用いた政策分析を紹介しよう。近年、日本の自動車市場において、景気対策及び環境政策の一環として、低燃費、低排出ガス車普及のためのいわゆるエコカー減税³⁶、エコカー補助金³⁷が導入されている。本節では、エコカー減税・補助金が国内の自動車の販売台数に与えた影響を定量的に評価する³⁸。

分析では、2005-2009年に注目し、政策の導入が自動車の販売台数に与えた影響について考察する。2000年代以降でみると、エコカー購入に対しては、認定基準や減税額、補助金額の変更を伴い、何らかの優遇措置が利用可能であった。分析対象期間でみると、2009年はエコカー補助金の導入、さらにエコカー減税の対象にこれまでの自動車取得税、自動車税だけでなく、自動車重量税が加わり、なおかつ減税額が大きくなるなど、特に大きな変更があった時期である。制度や対象車種などの詳細については国土交通省ホームページ、また Kitano (2012) を参照されたい。

これら政策はエコカーの購入を有利にする政策であるので、政策の導入はエコカーに対する需要を上方にシフトさせるだろう。よって、政策分析を行う場合、まず政策に伴う需要のシフトを定量的に評価する必要がある。ただし、エコカー政策が直接作用するのは消費者行動であるが、もちろん需要関数のシフトは企業行動を変化させる。したがって、政策分析を行う場合には、需要の変化に伴う企業行動の変化まで勘案した分析を行う必要がある。以下ではまず、各企業が多数の財を供給する寡占市場における企業行動モデルを導入する。

8.3.1 企業行動の定式化

企業行動の定式化は政策に伴う企業行動の変化を分析するのに必要であるとともに、通常観察が困難である各企業が生産する各財の限界費用を導出する上でも有用である。限界費用が導出できれば、例えばプロセスイノベーションに伴う限界費用の減少効果がどの程度であったかなど、様々な政策の評価が可能となるからである。

限界費用は企業行動モデルの帰結として得られる「価格= マークアップ+ 限界費用」という関係から導出することができる。以下で説明するように、マークアップは需要関数の推定結果から計算可能であり、また価格は観察可能であるからである。ただし、寡占競争市場において、マークアップを計算する場合、ベルトラン、クールノーあるいはカルテルなど、市場における競争形態を事前に定める必要がある。導出されるマークアップはもちろん競争形態の仮定によって異なるので、この仮定が妥当であるか、あるいは異なる仮定で分析を行った場合にどのように分析結果が異なるか、十分に考察する必要がある。もし限界費用の情報が利用可能であれば、ある競争形態を仮定して導出した限界費用がその情報と整合的であるかを検証することで分析の妥当性を示す一つの証左となる。もしそのよ

³⁶ 正式名称は「環境性能に優れた自動車に対する税の減免措置」である。

³⁷ 正式名称は「環境対応車普及促進対策費」である。

³⁸ 本節の分析結果は Kitano (2012) に基づく。モデル等の詳細についてはそちらを参照。

うな情報が利用可能でない場合には、異なる競争形態の仮定ごとの分析結果を示すことが望ましいだろう。

ここでは、多数財のベルトラン競争が行われている状況を仮定し、分析を行う。多数財のベルトラン競争では、各企業は他企業が生産する財の価格を所与とした上で、利潤を最大化するように自らが生産する各財の価格を設定する。つまり、 t 期における企業 f の利潤を

$$\pi_{ft} = \sum_{j \in J_{ft}} [p_{jt}q_{jt} - c_{jt}(q_{jt})] - F, \quad (35)$$

とすると、この企業は $\max_{\{p_{jt}\}_{j \in J_{ft}}} \pi_{ft}$ となるように、価格を設定する。なお、上式における F は固定費用を表しているが、以下の利潤最大化の 1 階条件からも明らかのように、固定費用は各企業の価格設定に依存せず必要となる費用であるので、ここでの分析では固定費用は無視して問題ない³⁹。

各企業がベルトラン競争を行っているとは仮定する場合、利潤最大化の 1 階の条件、 $\frac{\partial \pi_{ft}}{\partial p_{jt}} = 0$ より、

$$s_{jt} + \sum_{l \in J_{ft}} (p_{lt} - mc_{lt}) \frac{\partial s_{lt}}{\partial p_{jt}} = 0, j \in J_{ft} \quad (36)$$

が得られる。ここで、 $mc_{jt} \equiv \frac{dc_{jt}}{dq_{jt}}$ であり、財 j の生産に係る限界費用を表している。

(36) 式において、数量、 $\mathbf{s}_t = (s_{1t}, \dots, s_{J_t t})'$ 、及び価格、 $\mathbf{p}_t = (p_{1t}, \dots, p_{J_t t})'$ は観察可能であり、なおかつ需要関数の推定結果を用いることで、任意の財 j の価格に対する任意の財 l の需要関数の傾き $\frac{\partial q_{lt}}{\partial p_{jt}}$ も計算が可能である。よって、全ての企業の利潤最大化の 1 階の条件を導くと、 J_t 本の方程式が得られるので、(研究者が) 観察できない限界費用、 $\mathbf{mc}_t = (mc_{1t}, \dots, mc_{J_t t})'$ は連立方程式の解として計算できる。つまり、(36) 式を行列表記すると、

$$\mathbf{s}_t - \Delta_t(\mathbf{p}_t - \mathbf{mc}_t) = \mathbf{0} \quad (37)$$

³⁹ ここでの分析は短期的な価格設定行動に焦点を当てているので、固定費用はサンクコストとなっていると想定している。しかしながら、長期の分析、特に企業の参入退出行動や技術導入に注目する場合、固定費用の存在は無視し得ない。長期の分析を行う場合には、固定費用を推定した上で政策の評価を行う必要がある。ここで紹介している需要関数の推定に基づく短期の分析では、各企業の変利利潤（生産者余剰） $\pi - F$ は計算可能である。企業の参入退出、あるいは技術導入は、参入する際あるいは技術導入をする際に得られる利潤 π の正負に依存して定まると考えられるので、企業の参入退出のデータを用いることで、固定費用の推定を行うことが可能である。関連する研究としては、Ho (2009), Maruyama (2011), Kitano (2011), Goldberg and Hellerstein (forthcoming) が挙げられる。

となるので、 Δ_t についての逆行列をとると、以下のように限界費用ベクトルを計算することができる。

$$\mathbf{mc}_t = \mathbf{p}_t - \Delta_t^{-1} \mathbf{s}_t. \quad (38)$$

なお、 Δ_t は $J_t \times J_t$ 行列で、 (j, r) 要素は

$$\Delta_{jrt} = H_{jrt} \times \left(-\frac{\partial s_{rt}}{\partial p_{jt}} \right) \quad (39)$$

となる。 H_{jrt} は財の所有構造を表す $J_t \times J_t$ 行列 H_t の (j, r) 要素であり、財 j と財 r が同じ企業によって生産されている場合には 1、そうでなければ 0 をとる。また、(38) 式の右辺第 2 項は各企業が設定する各財のマークアップである。

なお、 H_t は競争形態の仮定により定まる行列である。多数財のベルトラン競争の場合にはここで述べたように、財 j と r が同じ企業によって生産されている場合には H_{jr} は 1 をとるが、例えば全企業がカルテルを結んでいる場合、共同利潤を最大化するように価格設定行動を行うため、この行列の全ての要素は 1 をとる。また、一部企業がカルテルを結んでいる場合には、カルテルを結んでいる企業が生産している財の組合せでは 1、そうでなければ 0 をとることになる。

8.3.2 エコカー減税・補助金下の需要関数

エコカー減税・補助金の効果は需要曲線をシフトさせるものと考えられる。よって、これら政策の評価を行う場合には、需要曲線の背後にある効用関数上でどのように政策が機能するかを考える必要がある。エコカー減税、補助金は自動車を購入する際の（価格を含む）支出に影響する。よって、ここでは以下のように平均効用 δ_{jt} を修正する。

$$\delta_{jt} = -\alpha[(1.05 + T_{1jt})p_{jt} - S_{jt} + T_{2jt}] + \sum_k x_{jkt}\beta_k + \xi_{jt} \quad (40)$$

上式において、 T_{1jt} は自動車取得税、 T_{2jt} は自動車税、自動車重量税で、これらはエコカー減税の存在に影響を受ける変数である。なお、自動車税、自動車重量税は購入時点のみではなく、保有段階で生じる費用、つまり毎年生じる費用である。本節の分析では、自動車税は減税対象が新車登録翌年 1 年分の減税なので、1 年分の税額、また自動車重量税の場合、次回の車検までの 3 年間分の税金が減税対象となるので、3 年分の税額として T_{2j} を計算した。

推定は、ロジットモデルであれば (21) 式、入れ子ロジットモデルであれば (27) 式をそれぞれ (40) 式を用いて修正することで実行することができる。政策分析は前節で説明したように、需要関数の推定結果を用いて限界費用を導出した上で、これら減税や補助金がなかった場合にどのような均衡が実現するかを前節の企業行動モデルに基づいて計算すればよい。

以上の特定化は解析的に分析が容易であるという側面がある一方、実際の消費者行動を記述する上では以下の二つの問題がある。まず、実際のエコカー補助金は車種ごとの燃費基準、排出ガス基準のみに依存して決定しているのではなく、スクラップインセンティブを伴うものであり、各消費者のモデルの選択において、各消費者の保有する自動車の車齢を考慮しなければならない点が挙げられる。この事例におけるスクラップインセンティブは、消費者が自動車を購入する際に車齢 13 年以上の自動車を廃車とする場合、補助金額が 25 万円と廃車をしない場合における補助金額 10 万円よりも大きいことに加え、燃費基準・排出ガス基準が緩く、対象となる自動車のモデルの数も廃車にしない場合よりも大きかった。つまり、補助金額は各消費者の保有する自動車の車齢の関数となるため、各消費者の保有する自動車の車齢に依存した効用関数を考える必要がある。次に、自動車のような高額の場合には、所得効果が存在するものと考えられるため、各消費者のモデルの選択には各消費者の所得水準を考慮しなければならない点が挙げられる。通常、消費者がどのモデルを選択するかはその消費者の所得水準に依存するものと考えられるが、前節までに紹介した離散選択モデルでは、消費者の所得水準がモデルの選択に影響を与えない。つまり、例えばトヨタのレクサスのような高級車は所得の大きい消費者ほど選択する確率が高いと考えられるが、これまでのモデルでは、所得の大小に依存せず、同じ選択確率となる構造となっているのである。よって、効用関数は、各消費者の所得に応じて異なるものとする必要がある。

以上の 2 点を踏まえ、(40) 式の右辺第 1 項を次のように修正する。

$$-\alpha_{it}[(1.05 + T_{1jt})p_{jt} - S_{jt}(a_{it}) + T_{2jt}], \quad (41)$$

ただし、 $\alpha_{it} = \alpha/y_{it}$ であり、 y_{it} は消費者 i の t 市場（時点）における所得である。この特定化の下では、所得の高い消費者ほど、購入費用から生じる不効用は小さくなるため、高所得者ほど高いモデルを選択する確率が高くなる。 a_{it} は t 市場（時点）の消費者 i が保有する自動車の車齢であり、 $S_{jt}(a_{it})$ は先ほど述べたように、 $a_{it} \geq 13$, $t \geq 2009$, かつモデル j が所定の燃費基準、排出ガス基準を満たせば 25 万円、 $a_{it} < 13$, $t \geq 2009$, かつモデル j が所定の燃費基準（ただし、 $a_{it} \geq 13$ のときよりも高い基準⁴⁰）、排出ガス基準を満たせば 10 万円、そうでなければ 0 円となる。

このような修正を行う場合、各モデルのシェアはこれまでに説明したモデルのように解

⁴⁰ 基準の詳細については、国土交通省ホームページ参照。

析的に導出することはできない。各消費者の選択確率は所得、車齢に応じて異なるため、例えばロジットモデルの選択確率 (16) 式のように、全ての消費者にとって共通とはならないからである。こうした場合、所得、車齢といった個人属性に依存して定まる個人のモデルの選択確率を、観察可能な個人属性の分布（この場合、所得分布、車齢分布）を用いて積分することで、市場全体でモデルが選択される確率、つまりシェアを導出することができる。また、このように個人属性に依存する選択確率を考える場合、(21)、(27) 式のように、解析的に平均効用 δ_{jt} を計算し、推定式を導くことはできない。以上の点については付論のランダム係数ロジットモデルを参照されたい。

8.3.3 エコカー減税・補助金の政策分析

ここでは、これら減税・補助金が行われなかった場合におけるカウンターファクチュアルにおける均衡での販売量と価格をシミュレーション分析により導出する。分析結果は以下の表 4 にまとめられる。表には、2005-2009 年の実際の販売量、つまり政策があるときの販売量とシミュレーション分析によって導出した政策がないときの販売量が示されている。表から明らかなように、2005-2008 年に導入されていたエコカー減税は販売台数を約 14%程度増加させていたのに対し、減税対象及び減税幅が拡大し、なおかつエコカー補助金が導入された 2009 年においては、30%以上も販売台数を押し上げたことが分かる。

表 4: エコカー減税・補助金の評価：販売台数への影響

FY	(i) Actual Sales	(ii) Counter-factual Sales	(iii) Effects on Sales	(iv) Rate of Change (%)
2005	3055793	2693330	362463	13.46
2006	2761394	2413549	347845	14.41
2007	2689401	2360502	328899	13.93
2008	2325228	2033103	292125	14.37
2009	2716434	2083563	632871	30.37

出典：筆者作成

注：厳密には販売台数ではなく、新規登録台数である。また、数量は年度ベース(各年 4 月-翌年 3 月)の集計である。

9 まとめ

需要関数の推定は、近年の産業組織論の実証分析において基礎的な分析手法となっている。本章で紹介した減税や補助金の政策評価に加え、合併の評価、カルテルの発見などの競争政策上の分析を行う上でも需要関数の推定は不可欠である。ただし、需要関数の推定結果は政策評価に大きい影響を与えるため、需要関数の推定が適切に行われているのかを確認することが重要である。特に、多くの市場では差別化された財が供給されており、また財の種類が多い場合には各財の代替関係に妥当であると考えられる制約を置き分析を行う必要があるが、それら仮定が妥当であるか否かは十分に検討しなければならない。

本章で扱った需要関数の推定モデルは基礎的なものである。より発展的なトピックと需

要関数の推定方法を用いた政策分析の方法についてはAkerberg et al. (2007), Nevo (2011)などのサーベイも参照されたい。

付論

A Weak Instrument

需要関数を推定する際に必要となる操作変数 z は, **Instrument Exogeneity** (誤差項との相関が無い ($Cov(z, u) = 0$)), **Instrument Relevance** (内生変数 x との相関が非ゼロ ($Cov(z, x) \neq 0$)) を満たす必要がある。本節では, 2 番目の操作変数の条件である **Instrument Relevance** に係る問題として知られる **weak instrument** の問題について説明する。まず, y を被説明変数, x を説明変数とする以下の推定式を考える。

$$y = \alpha + \beta x + u \quad (42)$$

(α, β) は推定するパラメーターで, u は誤差項である。ここで, x と u の相関は非ゼロ ($Corr(x, u) = \frac{Cov(x, u)}{\sqrt{Var(x)Var(u)}} \neq 0$) であるため, 操作変数 z を用いた推定を行うものとしよう。

操作変数法を用いる場合と最小二乗法を用いて (42) 式を推定する場合, パラメーターの推定量はそれぞれ以下ようになる。

$$\hat{\beta}_{1,IV} \rightarrow_p \beta_1 + \frac{Corr(z, u) \sigma_u}{Corr(z, x) \sigma_x} \quad (43)$$

$$\hat{\beta}_{1,OLS} \rightarrow_p \beta_1 + Corr(x, u) \frac{\sigma_u}{\sigma_x} \quad (44)$$

ここで, $\hat{\beta}_{1,IV}$ は操作変数推定量, $\hat{\beta}_{1,OLS}$ は最小二乗推定量を表す。上式から明らかなように, 操作変数推定量では $\frac{Corr(z, u) \sigma_u}{Corr(z, x) \sigma_x}$, 最小二乗法推定量では $Corr(x, u) \frac{\sigma_u}{\sigma_x}$ だけ, 真の値 β_1 から乖離することを意味している。

なお, 操作変数は本来 z と u の相関がゼロであるものと定義されるので, $\hat{\beta}_{1,IV}$ がバイアスを持つことはない。しかしながら, 実際に推定で用いる操作変数で誤差項との相関が完全にゼロとなることは保証できない。そこで, z と u の相関は小さいがゼロではないケースを考えよう。このとき,

- $Corr(z, x)$ が 1 に近ければ, $\hat{\beta}_{1,IV}$ は $\hat{\beta}_{1,OLS}$ よりもバイアスは小さくなる。
- $Corr(z, x)$ がゼロに近い場合, たとえ $Corr(z, u)$ が小さくてもその影響は非常に大きくなり, 場合によっては $\hat{\beta}_{1,IV}$ は $\hat{\beta}_{1,OLS}$ よりも深刻なバイアスの問題を生じさせてしまう可能性がある。

以上のように、内生変数との相関が小さい操作変数を **Weak Instrument** といい、そして操作変数と内生変数の相関が小さい場合には **Weak Instrument** の問題が生じているといわれる。

第 6 節において説明したように、需要関数の推定を行う上では、需要関数上の誤差項と相関しない一方で、価格と相関する操作変数を見付ける必要がある。供給サイドにのみ影響を与える変数は操作変数の候補となるが、例えば賃金などの時間を通じてのみ変化する変数は、差別化された財の需要の推定における操作変数としては望ましくない。なぜなら、こうした変数は時間を通じて全ての財に共通の価格のトレンドはコントロールできるかもしれないが、差別化された財間の価格の違いは説明できないからである。したがって、時間を通じてのみ変化する変数だけを操作変数として用いると、内生変数である価格と操作変数の相関は小さくなり、**weak instrument** の問題が生じやすいと考えられる。

B ランダム係数ロジットモデル (Random Coefficient Logit Model)

本章で紹介した入れ子ロジットモデルは、ロジットモデルによって生じる **IIA** の問題を緩和するモデルであるものの、事前にどのような形でグループ分けを行うかの情報が必要である。しかしながら、対象とする市場によっては適当なグループ分けを行うことが出来ないため、分析の結果得られる需要関数が適当な需要構造を反映していない可能性がある。ランダム係数ロジットモデルでは、事前にどのようなグループ分けが適当であるかの情報を必要とせず、観察された品質 x_{jk} の車種間の近さに応じて代替関係が異なることを許容したモデルである⁴¹。また、Cardell (1997) が示したように、入れ子ロジットモデルはランダム係数ロジットモデルの特殊ケースを表現することができるため、より一般性の高いモデルであることが知られている。

ここでは、所得に対する限界効用が一定、つまり所得効果のない準線形の効用関数ではなく、Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) による所得効果を伴う効用関数⁴²を想定する。このとき、効用関数は以下のように定式化される。

$$u_{ij} = \alpha \ln(y_i - p_j) + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} x_{jk} + \xi_j + \epsilon_{ij} \quad (45)$$

まず、右辺の第 1 項の $y_i - p_j$ は自動車以外の財への支出であり、効用関数上に対数線形で入るものとする。よって、(14) 式においては所得の限界効用は α で一定であるのに対し、上式では、所得の限界効用は所得水準に応じて変化する⁴³。

なお、実際の推定では、以下のような一次のマクローリン近似を用いた定式化がしばし

⁴¹ 本節では、市場（時間）のインデックス t は表記が煩雑になるのを避けるため、省略する。

⁴² ここでの特定化は、Cobb-Douglas 型の効用関数に対応している。

⁴³ したがって、ここで用いる効用関数では 5.3 節で説明したような解析的な消費者余剰の計算はできない。

ばなされる。

$$\alpha \ln(y_i - p_j) \approx -\alpha_i p_j, \alpha_i \equiv \frac{\alpha}{y_i} \quad (46)$$

上式から明らかなように、所得の低い消費者は価格に対する限界不効用が大きい、つまり価格の高い財を好まない傾向がある一方、所得の高い消費者は価格の限界不効用が小さく、高価格の財を選びやすい傾向があることが分かる。以降では、(45) 式の効用関数の右辺第 1 項は (46) 式として説明をする。

続いて (45) 式の右辺の第 2 項に注目しよう。各財の品質に係る係数は、(14) 式と異なり、インデックス i が付いている。消費者ごとに品質に対する係数が異なることは、消費者の品質に対する嗜好の異質性が存在することを許容する特定化であることを意味している。ここで、この係数を以下のように特定化しよう。

$$\beta_{ik} = \beta_k + \sigma v_{ik} \quad (47)$$

β_k は消費者ごとに共通の品質 x_k に対する係数で、 v_{ik} は消費者ごとに異なる品質 x_k に対する嗜好を表す。 v_{ik} は (独立に同一の) 標準正規分布に従うと仮定することが多い。この仮定の下では、 β_{ik} は平均 β_k 、分散 σ_k^2 の正規分布に従うことになる。ここで、推定するパラメーターは β_k 及び σ_k となる。なお、 σ_k がゼロをとる場合、ランダム係数ロジットモデルは全ての消費者について共通の係数を持つ通常のロジットモデルに一致することになる。

なお、 σ_k がゼロをとる場合、ランダム係数ロジットモデルは全ての消費者について共通の係数を持つ通常のロジットモデルに一致することになる。

ランダム係数を理解するために、例えば、 x_k が自動車の室内の広さを表す変数だとしたとき、その係数 β_{ik} がどのような意味を持つのかを考察する。通常、平均的に消費者はより広い室内を持つ自動車を好むと考えられるので、全ての消費者について共通である β_k は正の値をとることが予想される。ただし、室内の広さに関する好みは消費者ごとに異なると考えられる。まず、 $\sigma_k > 0$ としよう。このとき、消費者によっては家族が多く、より広い室内の自動車を好む、つまり $v_{ik} > 0$ となるだろう。一方、一人暮らしの消費者にとっては室内の広さはそれほど重要ではないかもしれない。そのような属性を持つ消費者は $v_{ik} < 0$ であるだろう。このように、ランダム係数ロジットモデルでは、消費者ごとに品質に対する係数が異なることで、異なるタイプの消費者間の選択行動の違いを捉えることができるのである。

なお、ここでの例で挙げたように、消費者の世帯員数といった属性の違いが係数に違いをもたらすと予想される場合、係数に直接家族の世帯員数といった変数を加えることも可能である。消費者 i の家族の世帯員数を D_i とすると、 β_{ik} は以下のように書き換えられる。

$$\beta_{ik} = \beta_k + \pi_k D_i + \sigma_k v_{ik} \quad (48)$$

ここで、 π_k は世帯員数に係るパラメーターであり、世帯員数が多い消費者ほど室内の広い自動車を好む場合には $\pi_k > 0$ となる。

(48) 式を (45) 式に代入すると、効用関数は以下のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} u_{ij} &= \sum_k \beta_k x_{jk} + \xi_j - \alpha_i p_j + \sum_k (\pi_k D_i + \sigma_k v_{ik}) x_{jk} + \epsilon_{ij} \\ &= \delta_j + \mu_{ij} + \epsilon_{ij} \end{aligned} \quad (49)$$

ここで、

$$\sigma_j = \sum_k \beta_k x_{jk} + \xi_j, \mu_{ij} = -\alpha_i p_j + \sum_k (\pi_k D_i + \sigma_k v_{ik}) x_{jk} \quad (50)$$

となる。 σ_j はこれまでとおり、財 j の消費から得られる全ての消費者について共通である平均効用を表し、 μ_{ij} は消費者ごとに異なる財 j に対する嗜好を表している。

ϵ_{ij} を独立に同一の第 I 種極値分布に従うと仮定すると、消費者 i が財 j を選択する確率は、

$$s_{ij} = \frac{e^{\delta_j + \mu_{ij}}}{1 + \sum_l e^{\delta_l + \mu_{il}}} \quad (51)$$

となる。

なお、集計データでは、あくまで各財の販売台数や価格、品質に関する情報のみが利用可能であり、どの属性の消費者がどの財を選んだかという個人の選択行動が観察できていないわけではない⁴⁴。そこで、ランダム係数モデルにおいては、市場において存在する消費者の世帯員数の分布、所得の分布などの人口動態に係る分布の情報などを用いて以下のように各財のシェアの計算を行う。

$$s_j = \int_y \int_D \int_v s_{ij} dP_v(v) dP_D(D) dP_y(y) \quad (52)$$

ここで、 $P_y(\cdot)$ は消費者（家計）の所得の累積分布関数、 $P_D(\cdot)$ は消費者の属性の累積分布

⁴⁴ もし、利用可能なデータが個人データ、つまりどの属性を持つ消費者がどの車種を選んだかの情報があれば、(51) 式を用いて最尤法によりパラメーターの推定を行うことができる。

関数、 $P_v(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数を表している。これら人口属性の分布は、たとえば国勢調査などの集計結果から得ることが可能である。ランダム係数ロジットモデルによって得られた需要関数の下での自己・交差価格弾力性は以下のように導出できる。

$$\frac{\partial s_j}{\partial p_r} \frac{p_r}{s_j} \begin{cases} -\frac{p_j}{s_j} \int_y \int_D \int_v \alpha_i s_{ij} (1 - s_{ij}) dP_v(v) dP_D(D) dP_y(y) & \text{if } j = r \\ \frac{p_j}{s_j} \int_y \int_D \int_v \alpha_i s_{ir} s_{ij} dP_v(v) dP_D(D) dP_y(y) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (53)$$

ランダム係数ロジットモデルでは、自己弾力性・交差弾力性は関連する財の品質の近さに応じて異なる。特に、二つの財の品質が近ければ近いほど交差弾力性は大きくなる一方、小さければ交差弾力性は小さくなる。この点を理解するために、選択確率に係るウェイト $w_{ij} \equiv \frac{s_{ij}}{s_j}$ を導入しよう。ここで、 x_{jk} , x_{rk} がともに大きい値をとる財である場合、 $v_{ik} > (<) 0$ である消費者は、 s_{ij} , s_{ir} ともに大きい（小さい）値をとるだろう。このとき、平均的な消費者よりも高い（低い）確率で財 j を選択することになるので、 $w_{ij} > (<) 1$ となる。したがって、ランダム係数ロジットモデルにおける交差弾力性は、 $v_{ik} > 0$ で s_{ir} が大きい消費者については 1 より大きいウェイトで、一方 $v_{ik} < 0$ で s_{ir} の小さい消費者については 1 より小さいウェイトで計算がなされることになる。一方で、通常のロジットモデルの場合には、消費者ごとに財の選択確率が異ならないため、全ての消費者について $w_{ij} = 1$ が成立する。よって、異なるウェイトを持つランダム係数モデルは、すべてウェイトが 1 をとる通常のロジットモデルと比較して、財 j と財 r の交差弾力性は大きくなるのである。

B.1 推定式

Berry (1994) が示すように、一般的な離散選択モデルのクラスにおいて、任意の非ゼロのシェアベクトル $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_J)'$ を再現する平均効用ベクトル $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \dots, \delta_J)'$ が一意に存在することが知られている。したがって、ランダム係数ロジットモデルでもロジットモデル、入れ子とロジットモデルと同様に、 δ_j に含まれる ξ_j を誤差項とする推定式を考えることができる。よって、第 6 節で説明したように、観察不可能な品質 ξ_j に関する積率条件を用いて推定を行うことができる。

ただし、ロジットモデル、入れ子ロジットモデルでは、(21) 式、(27) 式に示されている通り、平均効用 δ_j は解析的に導出できたのに対し、ランダム係数ロジットモデルでは、解析的に推定式を導出することはできない。そこで、Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) は μ_{ij} 上のパラメーター $\boldsymbol{\theta} \equiv (\alpha, \pi, \sigma)$ が与えられた下で、観察されたシェア \mathbf{s} と対応する $\boldsymbol{\delta}$ を縮小写像 (contraction mapping) 法により、計算する方法を提示した。つまり、平均効用 $\boldsymbol{\delta}$ をパラメーター $\boldsymbol{\theta}$ の関数 $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\theta})$ と表現できるので、推定式は、

$$\xi_j(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \delta_j(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{x}'_j \boldsymbol{\beta} \quad (54)$$

とできる。なお、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_K)'$ 、 $\mathbf{x}_j = (x_{j1}, \dots, x_{jK})'$ である⁴⁵。

B.2 推定方法

それでは次に、集計データを用いたランダム係数ロジットモデルの推定方法について説明する⁴⁶。

このとき、第6節で議論したように、 $E[z\xi] = 0$ を満たすような操作変数 z を用いることで、一般化最小二乗法により、パラメーター $(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta})$ の推定値を得ることができる。ここでは L 個の操作変数が利用可能であるとしよう。推定に用いる操作変数の候補は第6節と同様に見つければよい。

操作変数行列 $\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_L)$ 、 $\mathbf{z}_l = (z_{1l}, \dots, z_{jl})'$ とすると、GMM 推定量は、

$$(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}) = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}} \xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta})' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \xi(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) \quad (55)$$

となる。ただし、 \mathbf{W} は weighting matrix ($L \times L$) である⁴⁷。また、上記の最適化問題から、

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \boldsymbol{\delta}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \quad (56)$$

が得られる。ここで、 $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K)$ である。上式は $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ の関数となることを示しているので、実際に分析を行う場合には、 $\boldsymbol{\theta}$ のみについての非線形の最適化問題を解けばよいことになる。

ここまでの推定方法の説明では、 $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\theta})$ があるものとして推定量を記述したが、前節で言及したように、ランダム係数ロジットモデルでは、解析的に δ_j を導出することはできない。以下では Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) が提示した δ_j の計算方法を説明した上で、モデルの推定の手順をまとめる。

⁴⁵ これまでは $\sum_k \beta_k x_{jk}$ としていたが、数式が煩雑となるのを避けるため、ベクトル表記、つまり $\mathbf{x}'_j \boldsymbol{\beta}$ とした。以降の説明においてもベクトル表記、行列表記を用いて説明を行うこととしたい。

⁴⁶ 本節での説明は、一般化最小二乗法 (GMM) の知識を前提として行う。

なお、ここで得られた推定量の漸近的な性質については、Berry, Linton, and Pakes (2004) を参照されたい。推定についての詳細は Nevo (2000b) 参照されたい。

⁴⁷ Weighting matrix の選定を含む GMM の推定の詳細については Hayashi (2000), Wooldridge (2010), Greene (2011) などの計量経済学のテキストを参照されたい。

B.2.1 BLP's contraction mapping

Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) は任意の μ_{ij} のパラメーター θ について、観測されたシェア \mathbf{s} と一致する δ を縮小写像 (contraction mapping) 法により計算できることを示した。

$$\delta^{h+1} = \delta^h + \ln \mathbf{s} - \ln \mathbf{s}(\delta^h; \theta) \quad (57)$$

上記ではまず、適当に平均効用の初期値 $\delta^0 = (\delta_1^0, \dots, \delta_J^0)'$ を定めて、 $\mathbf{s}(\delta^h; \theta)$ を (52) 式を用いて計算し、 δ^1 を計算する。もし δ^0 と δ^1 の差が許容水準である (ごく小さい値をとる) ϵ よりも大きい場合には δ^1 を δ^2 を用いて計算する。上記のプロセスを繰り返し、 δ^{h+1} と δ^h の差が ϵ よりも小さくなるときの δ^h を所与のパラメーター θ における平均効用、つまり $\delta(\theta)$ とすることができる。繰り返し計算の初期値はロジットモデルにおける平均効用、つまり $\delta_j^0 = \ln(s_j) - \ln(s_0)$ を用いることが多い。

なお、ここでは Berry, Levinsohn, and Pakes (1995) に基づく平均効用の計算方法を紹介したが、近年こうした繰り返し計算を伴わずに推定を行う、MPEC (mathematical program with equilibrium constraints) と呼ばれるアルゴリズムを適用する方法も開発されている。詳しくは、Dube, Fox, and Su (2012) を参照せよ。

以上の繰り返し計算を行うには、各財のシェアを計算する必要があるが、(52) 式から明らかのように、シェアの計算を行う場合、 \mathbf{y} , D , \mathbf{v} についての積分を計算しなければならない。こうした積分は解析的に計算することはできないため、通常シミュレーションを用いて近似を行う方法が用いられる。シミュレーションのプロセスは以下のとおりである。まず、 \mathbf{y} , D , \mathbf{v} に関する (既知の) 分布から $(\mathbf{y}, D, \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K)$ を R 回抽出する。次に、抽出した $\{\mathbf{y}^r, D^r, \mathbf{v}_1^r, \dots, \mathbf{v}_K^r\}_{r=1}^R$ を用いて、各財のシェアを以下のように近似する。

$$\tilde{s}_j(\delta^h; \theta) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \frac{\exp\left(\delta_j^h - \frac{\alpha}{y^r} p_j + \sum_k (\pi_k D^r + \sigma v_k^r) x_{jk}\right)}{1 + \sum_{l=1}^J \exp\left(\delta_l^h - \frac{\alpha}{y^r} p_l + \sum_k (\pi_k D^r + \sigma v_k^r) x_{lk}\right)} \quad (58)$$

縮小写像を適用する場合、このようにして得られた $\tilde{\mathbf{s}}(\delta^h; \theta)$ を (52) 式における $\mathbf{s}(\delta^h; \theta)$ に置き換えて計算を行えばよい。

B.2.2 推定手順のまとめ

まず、パラメーターの初期値 θ^0 を設定し、以下のステップで推定を行えばよい。

1. 所与の θ^m のもとで、BLP's contraction mapping より $\delta(\theta^m)$ を計算し、
2. $\delta(\theta^m)$ を用いて、GMM 目的関数

$$\xi(\theta^m, \beta(\theta^m))' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' \xi(\theta^m, \beta(\theta^m)) = (\delta(\theta^m) - \mathbf{X} \beta(\theta^m))' \mathbf{Z} \mathbf{W} \mathbf{Z}' (\delta(\theta^m) - \mathbf{X} \beta(\theta^m)) \quad (59)$$

を計算し,

(a) GMM 目的関数が最小値をとっていれば, $\hat{\theta} = \theta^m$,

(b) そうでなければ次の θ の候補, θ^{m+1} を導入し, 上記の 2 ステップを繰り返す。

なお, $\beta(\theta^m) = (\mathbf{X}'\mathbf{Z}\mathbf{W}\mathbf{Z}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z}\mathbf{W}\mathbf{Z}'\delta(\theta^m)$ である。

参考文献

- Akerberg, Daniel, C. Lanier Benkard, Steven Berry, and Ariel Pakes. 2007. "Econometric tools for analyzing market outcomes." In *Handbook of Econometrics*, vol. IIIA, edited by James J. Heckman and Edward E. Leamer. North Holland.
- Arellano, Manuel and Stephen Bond. 1991. "Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equation." *Review of Economic Studies* 58 (2):277–197.
- Bajari, Patrick and C. Lanier Benkard. 2005. "Demand estimation with heterogenous consumers and unobserved product characteristics: a hedonic approach." *Journal of Political Economy* 113 (6):1239–1276.
- Ben-Akiva, Moshe and Steven R. Lerman. 1985. *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. The MIT Press.
- Berry, Steven. 1994. "Estimating discrete-choice models of product differentiation." *RAND Journal of Economics* 25 (2):242–262.
- Berry, Steven, James Levinsohn, and Ariel Pakes. 1993. "Applications and limitations of some recent advances in empirical industrial organization: price indexes and the analysis of environmental change." *American Economic Review Papers & Proceedings* 83 (2):240–246.
- . 1995. "Automobile prices in market equilibrium." *Econometrica* 63 (4):841–890.
- . 1999. "Voluntary export restraints on automobiles: evaluating the trade policy." *American Economic Review* 89 (3):400–430.
- . 2004. "Differentiated products demand systems from a combination of micro and macro data: the new car market." *Journal of Political Economy* 112 (1):68–105.
- Berry, Steven, Oliver B. Linton, and Ariel Pakes. 2004. "Limit theorems for estimating the parameters of differentiated product demand systems." *Review of Economic Studies* 71 (3):613–654.
- Berry, Steven and Ariel Pakes. 2007. "The pure characteristics demand model." *International Economic Review* 48 (4):1193–1225.
- Berry, Steven and Joel Waldfogel. 1999. "Free entry and social inefficiency in radio broadcasting." *RAND Journal of Economics* 30:397–420.
- Blundell, Richard and Stephen Bond. 1998. "Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models." *Journal of Econometrics* 87 (1):115–143.
- Brenkers, Randy and Frank Verboven. 2006. "Liberalizing a distribution system: the European car market." *Journal of the European Economic Association* 4 (1):216–251.
- Bresnahan, Timothy F. 1981. "Departures from marginal-cost pricing in the American

- automobile industry.” *Journal of Econometrics* 17 (2):201–227.
- . 1987. “Competition and collusion in the American automobile industry: the 1955 price war.” *Journal of Industrial Economics* 35 (4):457–482.
- Bresnahan, Timothy F., Scott Stern, and Manuel Trajtenberg. 1997. “Market segmentation and the sources of rents from innovation: personal computers in the late 1980s.” *RAND Journal of Economics* 28 (0):17–44.
- Cardell, N. Scott. 1997. “Variance components structures for the extreme-value and logistic distributions with application to models of heterogeneity.” *Econometric Theory* 13 (2):185–213.
- Chaudhuri, Shubham, Pinelopi Koujianou Goldberg, and Panle Jia. 2006. “Estimating the effects of global patent protection in pharmaceuticals: a case study of quinolones in India.” *American Economic Review* 96 (5):1477–1514.
- Davis, Peter. 2006. “Spatial competition in retail markets: movie theaters.” *RAND Journal of Economics* 37 (4):964–982.
- Davis, Peter and Eliana Garces. 2009. *Quantitative Techniques for Competition and Antitrust Analysis*. Princeton University Press.
- Deaton, Angus and John Muellbauer. 1980a. “An almost ideal demand system.” *American Economic Review* 70 (3):312–326.
- . 1980b. *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge University Press.
- Dhar, Tirtha, Jean-Paul Chavas, Ronald W. Cotterill, and Brian W. Gould. 2005. “An econometric analysis of brand-level strategic pricing between Coca-Cola company and PepsiCo.” *Journal of Economics & Management Strategy* 14 (4):905–931.
- Dixit, Avanish K. and Joseph E. Stiglitz. 1977. “Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity.” *American Economic Review*.
- Dube, Jean-Pierre, Jeremy Fox, and Che-Lin Su. 2012. “Improving the numerical performance of BLP static and dynamic demand estimation.” *Econometrica* 80 (5):2231–2267.
- Fan, Ying. 2011. “Ownership consideration and product characteristics: a study of the U.S. daily newspaper market.” Mimeo.
- Gentzkow, Matthew. 2007. “Valuing new goods in a model with complementarity: online newspapers.” *American Economic Review* 97 (3):713–744.
- Goldberg, Pinelopi Koujianou. 1995. “Product differentiation and oligopoly in international markets: the case of the U.S. automobile industry.” *Econometrica* 63 (4):891–951.
- Goldberg, Pinelopi Koujianou and Rebecca Hellerstein. forthcoming. “A structural approach to identifying the sources of local-currency price stability.” *Review of*

Economic Studies.

- Goldberg, Pinelopi Koujianou and Frank Verboven. 2001. "The evolution of price dispersion in the European car market." *Review of Economic Studies* 68:811–848.
- Gowrisankaran, Gautam and Marc Rysman. 2009. "Dynamics of consumer demand for new durable goods." Mimeo.
- Greene, William H. 2011. *Econometric Analysis*. Pearson Education Limited, 7th ed.
- Hasuman, Jerry A. and Gregory Leonard. 2002. "The competitive effects of a new product introduction: a case study." *Journal of Industrial Economics* 50 (3):237–263.
- Hasuman, Jerry A., Gregory Leonard, and J. Douglas Zona. 1994. "Competitive analysis with differentiated products." *Annales D'Economie et de Statistique* 34:1377–1398.
- Hasuman, Jerry A. and William E. Taylor. 1981. "Panel data and unobservable individual effects." *Econometrica* 49 (6):1377–1398.
- Hausman, Jerry A. 1996. "Valuation of new goods under perfect and imperfect competition." In *The Economics of New Goods*, edited by Timothy F. Bresnahan and Robert J. Gordon. Chicago: National Bureau of Economic Research, 209.
- Hayashi, Fumio. 2000. *Econometrics*. Princeton University Press.
- Hellerstein, Rebecca. 2008. "Who bears the cost of a change in the exchange rate? Passthrough accounting for the case of beer." *Journal of International Economics* 76:14–32.
- Hendel, Igal. 1999. "Estimating multiple-discrete choice models: an application to computerization returns." *Review of Economic Studies* 66 (2):423–446.
- Hendel, Igal and Aviv Nevo. 2006. "Measuring the implications of sales and consumer inventory behavior." *Econometrica* 74 (6):1637–1673.
- Herriges, Joseph A. and Catherine L. Kling. 1999. "Nonlinear income effects in random utility models." *Review of Economics and Statistics* 81 (1):62–72.
- Ho, Katherine. 2009. "Insurer-provider networks in the medical care market." *American Economic Review* 99 (1):393–430.
- Irwin, Douglas A. and Nina Pavcnik. 2004. "Airbus versus Boeing revisited: international competition in the aircraft market." *Journal of International Economics* 64:223–245.
- Ivaldi, Marc and Frank Vervoben. 2005. "Quantifying the effects from horizontal mergers in European competition policy." *International Journal of Industrial Organization* 23:669–691.
- Kitano, Taiju. 2011. "Did temporary protection induce technology adoption? A study of

- the US motorcycle industry.” Mimeo.
- . 2012. “Disguised protectionism? Environmental policy in the Japanese car market.” Mimeo.
- Maruyama, Shiko. 2011. “Socially optimal subsidies for entry: the case of medicare payments to HMOs.” *International Economic Review* 52 (1):105–129.
- McFadden, Daniel. 1978. “Modelling the choice of residential location.” In *Spatial Interaction Theory and Planning Models*, edited by Anders Karlqvist, Lars Lundqvist, Folke Snickars, and Jorgen W. Weibull. Amsterdam: North-Holland, 75–96.
- . 1981. “Econometric models of probabilistic choice.” In *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, edited by Charles F. Manski and Daniel McFadden. Cambridge: The MIT Press, 198–272.
- . 1999. “Computing Willingness-to-Pay in Random Utility Models.” In *Trade, Theory and Econometrics*, edited by James R. Melvin, James C. Moore, and Raymond G. Riezman. London and New York: Routledge, 253–273.
- Melnikov, Oleg. 2001. “Demand for differentiated durable products: the case of the U.S. computer printer market.” Mimeo.
- Nakamura, Emi and Dawit Zerom. 2010. “Accounting for incomplete pass-through.” *Review of Economic Studies* 77 (3):1192–1230.
- Nevo, Aviv. 2000a. “Mergers with differentiated products: the case of the ready-to-eat cereal industry.” *RAND Journal of Economics* 31 (3):395–421.
- . 2000b. “A practitioner’s guide to estimation of random-coefficients logit models of demand.” *Journal of Economics and Management Strategy* 9 (4):513–548.
- . 2001. “Measuring market power in the ready-to-eat cereal industry.” *Econometrica* 69 (2):307–342.
- . 2003. “New products, quality changes and welfare measures computed from estimated demand systems.” *Review of Economics and Statistics* 85 (2):266–275.
- . 2011. “Empirical models of consumer behavior.” *Annual Review of Economics* 3:51–75.
- Nevo, Aviv, Daniel L. Rubinfeld, and Mark McCabe. 2005. “Academic journal pricing and the demand of libraries.” *American Economic Review Papers & Proceedings* 95 (2):448–452.
- Petrin, Amil. 2002. “Quantifying the benefits of new products: the case of minivan.” *Journal of Political Economy* 110 (4):705–729.
- Schiraldi, Pasquale. 2011. “Automobile Replacement: a Dynamic Structural Approach.” *RAND Journal of Economics* 42 (2):266–291.

- Small, Kenneth A. and Harvey S. Rosen. 1981. "Applied welfare economics with discrete choice models." *Econometrica* 49 (1):105–130.
- Train, Kenneth. 2009. *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge University Press, 2nd ed.
- Trajtenberg, Manuel. 1989. "The welfare analysis of product innovations, with an application to computed tomography scanners." *Journal of Political Economy* 97 (21):444–479.
- Tversky, Amos. 1972. "Elimination by aspects: a theory of choice." *Psychological Review* 79 (4):281–299.
- Villas-Boas, Sofia Betro. 2007. "Vertical relationships between manufacturers and retailers: inference with limited data." *Review of Economic Studies* 74:240–268.
- Wakamori, Naoki. 2011. "Portfolio consideration in automobile purchases: application to Japanese market." Mimeo.
- Willig, Robert D. 1976. "Consumer's surplus without apology." *American Economic Review* 66 (4):240–268.
- Wooldridge, Jeffery. 2008. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. South-Western, 4th ed.
- . 2010. *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. The MIT Press, 2nd ed.